Modélisation du comportement non-linéaire des poteaux en bois renforcés par la fibre de carbone

FARID BENTAYEB¹, IMANE TAVAKOLI-GHEYNANI², MOHAMMED EL GANAOU³,
ANIS BOUALI² ET MOURAD KHELIFA^{2,a}

¹ Département de Génie Civil, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Algérie

² Université de Lorraine, LERMAB, École Nationale Supérieure des Technologies et Industries du Bois ENSTIB,
27 rue Philippe Séguin, 88000 Epinal, France

³ Université de Lorraine, LERMAB, Institut Universitaire de Technologie de Longwy, 54400 Cosnes et Romain, France

Reçu le 17 septembre 2012, accepté le 25 février 2013

Résumé – L’objectif principal de cet article est la mise au point d’une méthodologie numérique de prévision du comportement local d’un procédé de renforcement des poteaux en bois par la fibre de carbone. En particulier, on s’intéresse à l’étude du comportement élasto-plastique du matériau bois avec effet du renforcement. Une modélisation basée sur la thermodynamique des processus irréversibles avec variables d’état est utilisée pour traduire le couplage entre le comportement plastique à écrouissage isotrope et l’effet du renforcement. Les aspects théoriques et numériques de cette formulation sont décrits en détail. La résolution du problème d’équilibre global est assurée par un schéma Dynamique Explicite. La validation de la procédure de calcul implémentée dans ABAQUS/Explicit est faite sur la simulation d’un essai de compression des éprouvettes circulaires en bois renforcées par la fibre de carbone. Les résultats des simulations sont confrontés à ceux de l’expérience.

Mots clés : Matériau bois / CFRP / renforcement / confinement / orthotropie / élasticité / plasticité / MEF

Abstract – **Modelling of nonlinear wooden columns reinforced by carbon fiber.** The main objective of this paper is to develop a numerical methodology to predict the local behavior of a process which consists of reinforcing wooden columns with carbon fiber. Particularly, we are interested in studying the elasto-plastic behavior of wood material with the effect of reinforcement. A model based on the thermodynamics of irreversible processes with state variables is used to translate the coupling between the isotropic hardening plastic behavior and the effect of reinforcement. The theoretical and numerical aspects of this formulation are described in detail. Solving the global equilibrium problem is ensured by a Dynamic Explicit scheme. The calculation procedure implemented in ABAQUS/Explicit is validated by using a simulation of the compression test of circular wooden carbon fiber reinforced specimens. The simulation results are compared with the experimental ones.

Key words: Timber / CFRP / reinforcement / confinement / orthotropy / elasticity / plasticity / FEM

1 Introduction

Dans le domaine de la rénovation et de la restauration des structures en bois, il est souvent nécessaire de procéder au renforcement des éléments structuraux (poutres, solives, pannes, poteaux, fermes traditionnelles,...). La technique du renforcement intervient souvent lorsqu’une structure risque de s’effondrer suite aux

charges qui lui sont appliquées ou lorsque la structure présente des points d’amorçage de fissures dues en grande partie à l’effet de la traction transverse. Le non-renforcement de ces structures conduit souvent à l’instabilité de l’ouvrage et à l’effondrement de celles-ci comme le montre la figure 1.

En général, il existe deux techniques de renforcement des structures bois soit en utilisant des plaques métalliques (Fig. 2) ou un matériau composite de matrice polymérique de résine époxy renforcée par des fibres

^a Auteur pour correspondance :
mourad.khelifa@enstib.uhp-nancy.fr

Fig. 1. Effondrement d'une ossature en bois [23].

Fig. 2. Renforcement d'un pied de poteau par des plaques en acier.

de carbone (CFRP). Une technique de renforcement utilisant le collage in-situ du tissu de type CFRP est apparue. Cette technique de renforcement, du fait de sa simplicité de mise en application, ne nécessitant sur le terrain que peu de travaux de réparation, a séduit très rapidement les acteurs de la construction bois et son développement a été accéléré. L'utilisation de cette nouvelle technique du renforcement des structures bois par CFRP est largement conseillée dans [1–5].

Notons que la plupart des études faites sur le renforcement des éléments de structures par CFRP sont réalisées sur des structures en béton-armé. Le renforcement par CFRP des éléments porteurs (poutres/poteaux) en béton-armé sous l'action de l'effort normal, du moment fléchissant ou de l'effort tranchant est analysé dans [6–22].

Un autre cas de fissuration provoquée par les sollicitations appliquées au poteau en lamellé-collé à inertie variable est illustré par la figure 2. Ce cas de pathologie n'est pas rare dans la construction bois, d'où l'utilité de

Fig. 3. Réponse type contraintes-déformations.

renforcer les structures avant l'effondrement. Ce travail est justement dédié à cet aspect. Il s'agit de simuler un procédé de renforcement d'un poteau en bois par CFRP sous l'action d'un effort de compression.

Dans ce présent travail, les éprouvettes utilisées, renforcées et non-renforcées par la fibre de carbone, sont de forme circulaire. Le renforcement considéré est total où le tissu de CFRP enveloppe totalement la surface de l'éprouvette. Les résultats des simulations sont comparés à ceux de l'expérience. Les aspects théoriques et numériques du modèle ainsi que le dispositif expérimental sont discutés brièvement. Notons que le modèle de comportement développé dans [24, 25] est adapté pour tenir compte de l'effet du renforcement et appliqué pour simuler les essais de compression.

2 Modélisation mécanique du matériau composite bois-CFRP

L'objectif d'un confinement par matériaux composites est d'accroître l'effort normal que peut supporter un poteau sain ou fissuré. Le collage circonférentiel d'un tissu en CFRP permet, en limitant les déformations transverses du bois, de modifier de façon significative le comportement en compression des poteaux. Le principal effet du confinement est l'augmentation de la capacité portante du poteau qu'il est possible d'évaluer en utilisant la technique suivante.

2.1 Aspects théoriques du modèle

La figure 3 montre la réponse typique contraintes-déformations si le chargement est parallèle au sens des fibres du matériau bois. La déformation axiale traduit un rétrécissement de la matière et la déformation radiale traduit un allongement de matière. La déformation radiale est très inférieure à celle enregistrée suivant le sens des fibres. Ceci est dû au comportement orthotrope du

matériau bois. L'effet du coefficient de Poisson dans le plan tangent est trop faible comparé au plan normal formé par la direction suivant le sens longitudinal des fibres du bois comme le témoigne la figure 3.

Pour un matériau bois non-renforcé par CFRP, le comportement local est subdivisé en trois parties : la partie linéaire où le comportement est purement élastique, la partie non-linéaire est due à l'écoulement plastique du matériau bois et une fois le pic de la courbe atteint il y a amorçage de la rupture qui représente la dernière partie de la courbe.

Pour un composite bois-CFRP, le comportement local est différent. On observe seulement des déformations axiales (les déformations radiales sont quasiment nulles). Dans la direction radiale, une fois le matériau bois renforcé ce sera la fibre qui travaillera ce qui empêche la déformation de la matière suivant la direction radiale. Sur la réponse locale contraintes-déformations, on observe deux zones : une zone linéaire représentant le domaine élastique du matériau, et une zone non-linéaire représentant la partie plastique avec écrouissage isotrope non-linéaire.

(a) Bois non-renforcé

La modélisation théorique retenue dans cette étude est formulée dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles avec variables internes. Les relations d'état sont données par [24, 25] :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (1)$$

$$R = Q \times r \quad (2)$$

$\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ étant la déformation élastique; $\underline{\underline{\sigma}}$ étant la contrainte de Cauchy; (r, R) étant la variable couple représentant l'écrouissage isotrope; $\underline{\underline{A}}$ étant l'opérateur d'ordre 4 symétrique des propriétés d'élasticité (sa composition est donnée dans [24, 25]); Q est le module d'écrouissage isotrope.

L'écoulement plastique est décrit par un critère de plasticité $f(\underline{\underline{\sigma}}, R)$ défini par :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, R) = \|\underline{\underline{\sigma}}_{eq}\| - R - \sigma_c = 0 \quad (3)$$

$$\|\underline{\underline{\sigma}}_{eq}\| = \sqrt{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{H}} : \underline{\underline{\sigma}}} \quad (4)$$

σ_c étant la limite d'élasticité, $\underline{\underline{H}}$ étant l'opérateur d'ordre 4 traduisant l'anisotropie de Hill et est fonction de six paramètres F, G, H, L, M et N [24, 25].

Les relations complémentaires qui en découlent sont [24, 25] :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\underline{\underline{H}} : \underline{\underline{\sigma}}}{\|\underline{\underline{\sigma}}_{eq}\|} = \dot{\lambda} \underline{\underline{n}} \quad (5)$$

$$\dot{r} = -\dot{\lambda} [1 - br] \quad (6)$$

$\dot{\lambda}$ étant le multiplicateur plastique, $\underline{\underline{n}}$ étant la normale à la surface de charge dans l'espace des contraintes, b est un coefficient d'écrouissage isotrope.

Fig. 4. Variation de la contrainte avec effet du renforcement.

(b) Bois renforcé avec CFRP

Partant du même raisonnement que celui de Samaan dans [18], nous proposons de cumuler l'effet du renforcement de la fibre à celui du bois. La variation de la contrainte mono-axiale équivalente σ'_c du modèle devient alors :

$$\sigma'_c = \sigma_c + R + k_1 \times (\underline{\underline{\varepsilon}}^p)^m \times f_r \quad (7)$$

σ'_c est décomposée en deux termes. Le terme $(\sigma_c + R)$ traduit le comportement élastoplastique du matériau bois et le terme $k_1 \times (\underline{\underline{\varepsilon}}^p)^m \times f_r$ traduit l'effet de la fibre.

k_1 et m représentent les paramètres du renforcement et sont déterminés sur la base des résultats expérimentaux spécifiques à chaque essence du bois. f_r étant la pression due au confinement est donnée par :

$$f_r = \frac{2f_j \times t_j}{D} \quad (8)$$

t_j étant l'épaisseur de la fibre et D étant le diamètre de l'éprouvette.

La variation de la contrainte suivant la direction du chargement avec effet du renforcement (Éq. (7)) est illustrée par la figure 4.

2.2 Aspects numériques du modèle

La résolution par la méthode des éléments finis est basée sur la discrétisation spatiale des équations aux dérivées partielles du problème associées à des conditions aux limites. L'équilibre global du solide s'exprime par :

$$[M] \{\ddot{U}\} + \{R\} = 0 \quad (9)$$

$[M]$ étant la matrice masse; $\{\ddot{U}\}$ étant le vecteur accélérations et $\{R\}$ étant le vecteur résidu.

La résolution globale de l'équation (9) dans ABAQUS/EXP [26] consiste à déterminer le vecteur accélérations à l'instant t_n et connaissant l'accélération,

on calcule le vecteur vitesses à demi-pas $t_{n+1/2}$ pour ensuite calculer le vecteur déplacements à la fin du pas t_{n+1} .

Pour évaluer le vecteur résidu $\{R\}$, il faut connaître les forces de contact ainsi que les contraintes. Le tenseur des contraintes est calculé en intégrant numériquement et en chaque point de Gauss de chaque élément les équations différentielles (5) et (6). L'intégration locale sur chaque incrément du temps est réalisée par un algorithme implicite itératif de Newton-Raphson appelé schéma du retour radial [24,25,27] pour déterminer les variables forces $\underline{\sigma}_{n+1}$ et R_{n+1} à la fin de chaque incrément. La discrétisation de l'équation (5) est faite par la θ -méthode et celle de l'équation (6) par la méthode asymptotique.

Dans ce cas, le système d'équations à résoudre se réduit à :

$$\begin{cases} f_{n+1}(\Delta\lambda, \underline{n}_{n+1}) = \|\underline{\sigma}_{n+1}^{\text{eq}}\| - R_{n+1} - \sigma_c - \sigma'_c = 0 \\ \underline{h}_{n+1}(\Delta\lambda, \underline{n}_{n+1}) = \underline{H}:\underline{\sigma}_{n+1} - \|\underline{\sigma}_{n+1}^{\text{eq}}\| \underline{n}_{n+1} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

avec :

$$\underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}_n + \underline{A} : [\Delta\underline{\varepsilon} - \Delta\lambda \times \underline{n}_{n+1}] \quad (11)$$

$$R_{n+1} = Q \times \left[r_n e^{-b\lambda} + \frac{(1 - e^{-b\lambda})}{b} \right] \quad (12)$$

Les inconnues des équations (10) sont le multiplicateur plastique $\Delta\lambda$ et le vecteur normal $\underline{n}$ à la surface de charge f . La résolution du système d'équations (10) se fait par l'algorithme itératif de Newton-Raphson [24,25].

3 Analyse expérimentale

Des essais de compression uni-axiale suivant la direction longitudinale des fils du bois ont été réalisés sur la machine INSTRON. Une seule essence du bois « épica » est utilisée pour l'ensemble des tests et elle est la plus employée en région Lorraine. Le diamètre de l'éprouvette est de $D = 90$ mm et la hauteur de l'éprouvette $h = 180$ mm. Les éprouvettes sont conçues de manière à ce que la hauteur soit égale à deux fois le diamètre pour éviter le risque du flambement.

Avant la réalisation des tests, les éprouvettes sont stockées dans le même local à température ambiante pour éviter les effets de l'humidité. Le taux d'humidité est stabilisé autour de 12 %.

Les éprouvettes non-renforcées et renforcées sont montrées sur la figure 5.

La vitesse du chargement de l'ensemble des essais est d'environ $v = 1 \text{ mm.min}^{-1}$. Le chargement est parallèle au sens des fibres du bois (Fig. 6).

La fibre de carbone ainsi que la résine époxy sont issues du fournisseur MAPEI. La fibre de carbone est bidirectionnelle et ses caractéristiques mécaniques sont récapitulées dans le tableau 1.

Fig. 5. Eprouvettes renforcées et non-renforcées.

Fig. 6. Direction du chargement.

Tableau 1. Caractéristiques du CFRP.

Module d'élasticité moyen	230 GPa
Résistance à la traction	4,8 GPa
Allongement maximal	2,1 %
Épaisseur de la fibre	0,1 mm

Les résultats des essais sont récupérés en termes d'efforts-déplacements par la machine INSTRON. Les valeurs moyennes obtenues sur une vingtaine d'essais pour des éprouvettes sans et avec le renforcement seront comparées à celles des simulations.

4 Résultats et discussions

Les résultats des tests obtenus sur des éprouvettes renforcées et non-renforcées sont donnés sur la figure 7. Le comportement est linéaire jusqu'à une contrainte de l'ordre de 35 MPa (déformation d'environ 1,5 %). Au-delà de cette valeur, on observe un comportement non-linéaire jusqu'à un niveau de contraintes égal à 39 MPa (cas des éprouvettes non-renforcées) qui correspond au pic de la

Fig. 7. Courbes contraintes-déformations.

Fig. 8. Ruptures des éprouvettes.

courbe. La résistance chute au-delà du pic ce qui n'est pas le cas pour des éprouvettes renforcées. La chute de la résistance mécanique des éprouvettes non-renforcées est due à la traction transverse comme le montre la figure 8. Pour le cas des éprouvettes confinées, la rigidité de la structure est légèrement améliorée et le niveau de contrainte maximum est de l'ordre de 43 MPa, soit une variation de 10 %. Ceci montre que le procédé de renforcement améliore la résistance mécanique des éprouvettes en bois. On remarque également que le comportement devient parfaitement plastique après une déformation plastique de l'ordre de 2 %. Le renforcement empêche la rupture des éprouvettes par traction transverse comme le montre la figure 8.

Cette figure montre les déformées expérimentales des éprouvettes renforcées et non-renforcées pour un déplacement vertical $w = 3$ mm.

L'identification des paramètres du modèle est faite sur la simulation des essais de compression. Les constantes qui en découlent sont résumées dans le tableau 2.

La simulation est réalisée par la VUMAT en utilisant un maillage à 3000 éléments hexaédriques de type C3D8R disponibles dans ABAQUS/EXP. Le maillage et les conditions aux limites utilisés sont donnés sur la figure 9.

Pour l'ensemble des simulations, on considère une vitesse d'essai $v = 1 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ et une masse volumique du matériau bois $\rho = 460 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Tableau 2. Constantes du modèle.

Elasticité	Plasticité	Renforcement
$E_L = 14500 \text{ MPa}$	$\sigma_c = 35 \text{ MPa}$	$m = 0,001$
$E_R = E_T = 850 \text{ MPa}$	$Q = 2,1 \text{ MPa}$	$k_1 = 40,5$
$G_{LR} = G_{LT} = 970 \text{ MPa}$	$b = 17$	
$G_{RT} = 395 \text{ MPa}$	$F = 0,55$	
$\nu_{LR} = \nu_{LT} = 0,3$	$G = 0,35$	
$\nu_{RT} = 0,03$	$H = 0,65$	
	$L = 1,5$	
	$M = 1,4$	
	$N = 1,7$

Fig. 9. Maillage et conditions aux limites. (a) Maillage. (b) Conditions aux limites.

La figure 10 montre la distribution de la contrainte équivalente pour un déplacement vertical $w = 3$ mm de l'éprouvette renforcée.

On remarque une concentration de contraintes à la base du cylindre où l'encastrement est parfait. La contrainte maximale est de l'ordre de 41 MPa (Fig. 10).

Le maillage déformé pour un déplacement vertical de l'éprouvette $w = 3$ mm est donné sur la figure 11.

Les résultats des simulations sont confrontés à ceux de l'expérience (Fig. 12).

Le comportement local du matériau bois-CFRP est reproduit avec succès par la simulation (Fig. 12). À l'issue des résultats des simulations, on peut affirmer que le modèle de comportement implémenté dans ABAQUS/EXP via une VUMAT est capable de prédire le comportement d'une éprouvette circulaire renforcée par la fibre de carbone.

5 Conclusion et perspectives

L'objectif de cette étude était la mise au point d'une méthodologie numérique de prédiction du comportement local d'une éprouvette circulaire en bois renforcée par la

Fig. 10. Distribution de la contrainte équivalente.

Fig. 11. Maillage déformé.

fibre de carbone. Une approche locale basée sur le couplage entre le comportement élastoplastique anisotrope à écrouissage isotrope non linéaire avec effet du renforcement a été utilisée.

Les aspects théoriques et numériques de la modélisation mécanique sont traités en détail. L'application de la méthodologie a été faite sur la simulation d'un essai de compression d'une éprouvette en bois renforcée. Les résultats obtenus sont très réalistes comparés à ceux de l'expérience.

À l'issue de cette étude, on peut affirmer que le procédé de renforcement par la fibre de carbone améliore la résistance mécanique des éprouvettes en bois et empêche la rupture de celles-ci par traction transverse

Fig. 12. Courbes contraintes-déformations.

(Fig. 7). La fibre de carbone rend le comportement des éprouvettes en bois plus ductile.

Plusieurs points sont perfectibles afin d'enrichir le procédé de renforcement des structures bois par la fibre de carbone. Il s'agit de tester le renforcement par la fibre de carbone sur des cas industriels tels les essais de flexion et d'assemblages. Tous ces aspects sont en cours de développement au LERMAB dans le cadre des travaux à venir.

Références

- [1] H. Gezer, B. Aydemir, The effect of the wrapped carbon fiber reinforced polymer material on fir and pine woods, *Mater. Des.* 31 (2010) 3564–3567
- [2] R. Lopez-Anido, P. Antonis Michael, C. Thomas Sandford, Experimental characterization of FRP composite-wood pile structural response by bending tests, *Mar. Struct.* 16 (2003) 257–274
- [3] R.D.S.G. Campilho, M.F.S.F. de Moura, A.M.J.P. Barreto, J.J.L. Morais, J.J.M.S. Domingues, Experimental and numerical evaluation of composite repairs on wood beams damaged by cross-graining, *Constr. Build. Mater.* 24 (2010) 531–537
- [4] Y.-F. Li, Y.-M. Xie, M.-J. Tsai, Enhancement of the flexural performance of retrofitted wood beams using CFRP composite sheets, *Constr. Build. Mater.* 23 (2009) 411–422
- [5] A. Camille Issa, Z. Kmeid, Advanced wood engineering: glulam beams, *Constr. Build. Mater.* 19 (2005) 99–106
- [6] G. Wu, Z.T. Lu, Z.S. Wu, Strength and ductility of concrete cylinders confined with FRP composites, *Constr. Build. Mater.* 20 (2006) 134–148
- [7] F. Bentayeb, K. Ait Tahar, A. Chateaufneuf, New technique for reinforcement of concrete columns confined by embedded composite grid, *Constr. Build. Mater.* 22 (2008) 1624–1633
- [8] J.B. Mander, M.J.N. Priestley, R. Park, Teocalli stress-strain model for confined concrete, *J. Struct. Eng.* 114 (1988) 1804–49

- [9] L.Y. Li, Y.C. Guo, F. Liu, J.H. Bungey, An experimental and numerical study of the effect of thickness and length of CFRP on performance of repaired reinforced concrete beams, *Constr. Build. Mater.* 20 (2006) 901–9
- [10] M. Corradi, A. Borri, Fir and chestnut timber beams reinforced with GFRP pultruded elements, *Compos. Part B: Eng.* 38 (2007) 172–81
- [11] B. Taljsten, Strengthening concrete beams for shear with CFRP sheets, *Constr. Build. Mater.* 17 (2003) 15–26
- [12] E. Montoya, F.J. Vecchio, S.A. Sheikh, Numerical evaluation of the behaviour of steel- and FRP-confined concrete columns using compression field modelling, *Eng. Struct.* 26 (2004) 1535–1545
- [13] B.M. Luccioni, V.C. Rougier, A plastic damage approach for confined concrete, *Comput. Struct.* 83 (2005) 2238–2256
- [14] A. Mirmiran, K. Zagers, W. Yuan, Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites, *Finite Elem. Anal. Des.* 35 (2000) 79–96
- [15] M.N. Fardis, H.H. Khalili, FRP-encased concrete as a structural material, *Mag. Concr. Res.* 34 (1982) 191–202
- [16] A. Nanni, N.M. Bradford, FRP-jacketed concrete under uniaxial compression, *Const. Build. Mater.* 9 (1995) 115–124
- [17] S.H. Ahmad, A.R. Khaloo, A. Irshaid, Behavior of concrete spirally confined by fiberglass filaments, *Mag. Concr. Res.* 43 (1991) 143–148
- [18] M. Samaan, A. Mirmiran, M. Shahawy, Model of concrete confined by fiber composites, *J. Struct. Eng. ASCE* 124 (1998) 1025–1031
- [19] V.M. Karbhari, A. Mirmiran, Construction specifications for bonded repair and retrofit of concrete structures using FRP composite, Results of a NCHRP study, Florida, USA, 2004
- [20] A.M. Mirmiran, A. Nanni, V.M. Karbhari, Bonded repair and retrofit of concrete structures using FRP composites, NCHRP Report 514, Transportation Research Board, 2004
- [21] A.M. Mirmiran, A. Beitelman, Test and modeling of carbon-wrapped concrete columns, *Compos. Part B: Eng. ASCE* 31 (2000) 471–80
- [22] G. Hale, A. Bulent, The effect of the wrapped carbon fiber reinforced polymer material on fir and pine woods, *Mater. Des.* 31 (2010) 3564–3567
- [23] J.-P. Biger, Pathologie des structures en bois, *Techniques de l'Ingénieur, traité Construction*, C 2450
- [24] M. Oudjene, M. Khelifa, Elasto-plastic constitutive law for wood behaviour under compressive loadings, *Constr. Build. Mater.* 23 (2009) 3359–3366
- [25] M. Oudjene, M. Khelifa, Finite element modelling of wooden structures at large deformations and brittle failure prediction, *Mater. Des.* 30 (2009) 4081–4087
- [26] ABAQUS, Theory manual, Version 6.2, Hibbit, Karson and Sorensen, Inc., 2001
- [27] J.C. Simo, T.J.R. Hughes, *Computational inelasticity*, Springer, New York, 1998
- [28] Y. Lobel, Problèmes de calcul des barres à inertie variable en bois lamellé collé, Recueil de contributions au calcul des éléments et structures bois (première partie), *Annales de l'ITBTP*, No. 466, 1988