Analyse dynamique d'une structure industrielle avec prise en compte du couplage fluide/structure

JEAN-FRANÇOIS SIGRIST

DCN Propulsion, Service Technique et Scientifique, 44620 La Montagne, France

Reçu le 13 juin 2005, accepté le 31 mai 2006

Résumé – Le présent article propose une étude du comportement dynamique d'une structure représentative d'un réacteur nucléaire, soumis à une sollicitation de type choc, avec prise en compte des effets d'interaction fluide/structure. L'étude se place dans le contexte général de l'analyse vibratoire de systèmes linéaires, pour lesquels les méthodes d'analyse sont bien formalisées. L'utilisation de ces méthodes dans le contexte de problèmes couplés fluide/structure est étudiée dans cet article. Du point de vue méthodologique, une formalisation de la prise en compte des notions d'énergie de déformation et de masses modales élasto-acoustiques est prise en compte. Du point de vue industriel, les effets de couplage élasto-acoustique sont évalués et leur influence sur la réponse au choc du système étudié sont mis en évidence. L'analyse dynamique du système est réalisée en mettant en œuvre une approche temporelle, spectrale et statique. Les résultats de calcul pour différents cas d'étude et différentes méthodes sont présentés, analysés et comparés : la méthode de calcul la plus appropriée au problème posé est la méthode spectrale avec recombinaison quadratique. Du point de vue numérique, la méthode de discrétisation utilisée repose sur une approche éléments-finis exploitant le caractère axi-symétrique du problème avec une représentation des inconnues du problème en série de Fourier. La modélisation du problème couplé est réalisée en formulation symétrique écrite en pression/déplacement après élimination des degrés de liberté en potentiel des déplacements fluide. Le code éléments-finis mis en œuvre dans MATLAB pour cette étude spécifique permet de disposer d'un cas de référence pour la validation du développement de la formulation $(\mathbf{u}, p, \varphi)$ dans le code de calcul généraliste Ansys.

Mots clés : Analyse dynamique / couplage fluide-structure / méthode temporelle / méthode spectrale

Abstract – **Dynamic analysis of an industrial structure with fluid-structure interaction.** The present paper deals with the dynamic analysis of a nuclear reactor subjected to a shock loading with fluid-structure interaction modeling. The general framework of the study is that of linear vibrations, which are investigated for coupled fluid-structure problems. From a methodological point of view, energy deformation and modal mass calculation are exposed for elasto-acoustic systems. From an industrial point of view, the influence of elasto-acoustic coupling effects are highlighted for the studied structure. The dynamic analysis of the coupled system is carried out with various procedures (static, spectral and temporal methods), which are exposed and compared. As a general result, the spectral method is proved to be the most effective for the industrial problem. From the numerical point of view, the discretisation procedure is based on a finite element method for the coupled problem, using a displacement and pressure-displacement potential coupled formulation with axi-symmetric representation of the problem unknowns. A finite element code is developed within MATLAB for the specific study, the numerical calculations presented in the paper are used as reference test cases for integration of the $(\mathbf{u}, p, \varphi)$ formulation in the commercial finite element code Ansys.

Key words: Dynamic analysis / fluid-structure coupling / temporal method / spectral method

Introduction

Les méthodes d'analyse dynamique de structures [1–3] et de modélisation de problèmes d'interactions fluide/structure [4, 5] sont bien formalisées sur le plan

théorique, mais leur application dans le cadre d'études industrielles reste assez rare, notamment parce que l'ensemble des méthodes existantes n'est pas intégré dans tous les codes de calculs éléments-finis généralistes utilisés en bureau d'étude.

Fig. 1. Modélisation simplifiée d'un réacteur nucléaire.

Le code de calcul ANSYS [6], dont l'utilisation est largement répandue dans le monde industriel et universitaire à l'échelle mondiale, ne permet pas l'analyse dynamique de problèmes couplés fluide/structure avec des méthodes modales et spectrales¹, dans le cadre d'une modélisation élasto-acoustique. Un important travail de développement et d'intégration de ces méthodes dans les codes de calculs généralistes reste donc à conduire. Ce travail doit également s'accompagner d'un effort de validation et d'appropriation des procédures de calcul par les utilisateurs de ces codes. Le travail exposé dans le présent article répond à ce besoin en proposant un exemple méthodologique pour la mise en œuvre d'analyses dynamiques linéaires avec modélisation des interactions fluide/structure.

On s'intéresse plus particulièrement au comportement d'une structure représentative de l'ensemble panier/cuve d'un réacteur nucléaire soumis à une excitation dynamique. En première approximation, on travaille sur un modèle axi-symétrique de l'ensemble, tel que représenté par la figure 1 ; le modèle simplifié est constitué de deux éléments structure (cuve : structure externe du réacteur, enveloppe résistante à la pression/panier : structure interne du réacteur, supportant le cœur) couplés par le fluide primaire.

Ce système a fait l'objet d'une première analyse modale, mettant en évidence l'importance des phénomènes d'interactions fluide/structure et en particulier les effets

de masse ajoutée [7]². Le présent article complète cette première analyse modale par une analyse dynamique du système avec prise en compte des effets d'interaction fluide/structure.

On commencera par rappeler la formulation générale du problème couplé, en définissant les différents opérateurs (masse et raideur) pour les cas d'analyse proposés (sans fluide, avec fluide incompressible ou compressible), puis on détaillera les résultats de l'analyse modale du système en s'intéressant plus particulièrement au calcul des masses modales. On exposera ensuite les résultats de l'analyse dynamique, conduite avec différentes méthodes.

1 Formulation et analyse du problème couplé

1.1 Contexte général d'étude

On s'intéresse au comportement *vibratoire* d'une structure élastique, contenant un fluide *initialement au repos*. Sous l'effet de l'excitation dynamique et des mouvements de déformation de la structure, le fluide est mis en mouvement. L'écoulement fluide est alors décrit par les équations de Navier-Stokes ; l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit ainsi :

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2}$$

où ρ et ν sont respectivement la masse volumique et la viscosité du fluide.

En notant L une dimension caractéristique du problème, T un temps caractéristique de la sollicitation dynamique et V une vitesse caractéristique de l'écoulement fluide, on peut adimensionnaliser l'équation précédente en posant $x_i = Lx_i^*$, $t = Tt^*$, $v_i = Vv_i^*$ et $p = \rho c V p^*$, avec c la compressibilité du fluide. On écrit ainsi :

$$\frac{\partial v_i^*}{\partial t^*} + \mathcal{D} v_j^* \frac{\partial v_i^*}{\partial x_j^*} = -\mathcal{C} \frac{\partial p^*}{\partial x_j^*} + \frac{1}{\mathcal{S}} \frac{\partial^2 v_i^*}{\partial x_j^{*2}}$$

Cette expression fait apparaître les nombres sans dimensions suivants :

- $\mathcal{D} = \frac{VT}{L}$ est le nombre de Keulegan-Carpenter [9] et caractérise les effets de grands déplacements dans le fluide ;
- $\mathcal{S} = \frac{L^2}{\nu T}$ est le nombre de Stokes [10] et caractérise les effets dissipatifs dans le fluide ;
- $\mathcal{C} = \frac{cT}{L}$ est le nombre de compressibilité [11] et caractérise les effets de couplage élasto-acoustique.

¹ Dans le domaine nucléaire, les codes français de référence ASTER (www.code-aster.org) et CASTEM (www.cast3m.cea.fr) permettent ce type d'analyse, mais n'ont pas la souplesse d'utilisation des codes généralistes et sont donc peu utilisés par les bureaux d'étude et d'ingénierie du secteur nucléaire.

² Cette étude avait également servi de cas de référence pour le développement dans le code éléments-finis généraliste ANSYS d'un élément-fini fluide axi-symétrique formulé en pression [8].

On s'intéresse dans cette étude au comportement d'un réacteur nucléaire soumis à un choc dont le temps caractéristique est de l'ordre de $T \sim 10^{-2}$ s. Le fluide contenu dans le réacteur est de l'eau sous pression, dont les caractéristiques physiques sont de l'ordre de $\rho \sim 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, $\nu \sim 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ et $c \sim 10^3 \text{ m.s}^{-1}$. La vitesse imposée au fluide par la structure se déformant sous l'effet du choc donne un ordre de grandeur de la vitesse dans le fluide $V \sim 10^0 \text{ m.s}^{-1}$. La dimension de l'espace annulaire entre le panier et la cuve du réacteur donne l'ordre de grandeur $L \sim 10^{-1}$ m. Dans ces conditions, les nombres sans dimensions caractéristiques du problème sont classés comme suit :

$$\mathcal{C} \gg \mathcal{D} \gg \frac{1}{S}$$

Pour le problème étudié, les effets de grands déplacements et de viscosité sont donc négligeables devant les effets de compressibilité : on travaillera donc dans le cadre d'une analyse vibratoire élastique de la structure et acoustique du fluide (modélisation *vibro-acoustique* du problème couplé).

Il existe cependant des zones du réacteur dans lesquelles le confinement du fluide est important (lame fluide). Dans ce cas, la dimension caractéristique du problème à prendre en compte est de l'ordre de grandeur $L \sim 10^{-3} - 10^{-2}$. Dans ce cas, les effets de grands déplacements et de viscosité peuvent devenir importants. Compte tenu du caractère local des zones confinées, ces effets seront négligés dans la présente étude qui s'intéresse à une description globale du système. Un travail de recherche actuellement en cours [12] a pour objet de compléter cette approche globale par une description des effets locaux dissipatifs [13, 14] et convectifs [15, 16].

Une analyse globale est conduite en mettant en œuvre des méthodes dynamiques de type modal³. Le code ANSYS ne permettant pas en l'état actuel de traiter des problèmes de couplage élasto-acoustique avec ce type de méthodes [19], un travail de développement a été engagé conjointement par DCN Propulsion et ANSYS France afin de répondre à ce besoin [20, 21]. Le code éléments-finis spécifique utilisé pour la présente étude permettra de valider ces développements ANSYS [22].

1.2 Formalisation du problème couplé

Il existe différentes formulations possibles pour modéliser un problème de couplage élasto-acoustique [4, 23]. On travaille dans cette étude avec une formulation du problème couplé en pression/déplacement $(\mathbf{u}, p)$ [24]. L'écriture standard du problème en pression/déplacement conduit à une formulation non-symétrique; en travaillant à partir d'une formulation du problème couplé

en pression-potential des déplacements/déplacement $(\mathbf{u}, p, \varphi)$, et en éliminant la variable supplémentaire φ au profit des variables $(\mathbf{u}, p)$, on peut obtenir une formulation symétrique en pression/déplacement [4]. Les deux formulations symétriques et non-symétriques en pression/déplacement sont alors les suivantes.

Formulation non-symétrique Le problème aux valeurs propres formulé directement en pression/déplacement, la discrétisation du problème conduit à l'écriture du problème matriciel non-symétrique suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_S & -\mathbf{R} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}(\omega) \\ \mathbf{P}(\omega) \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S & \mathbf{0} \\ \rho_F \mathbf{R}^T & \mathbf{M}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}(\omega) \\ \mathbf{P}(\omega) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Cette écriture fait intervenir les opérateurs de masse et de raideur des problèmes structure $(\mathbf{M}_S, \mathbf{K}_S)$ et fluide $(\mathbf{M}_F, \mathbf{K}_F)$ et l'opérateur de couplage fluide/structure $\mathbf{R}^4$;

Formulation symétrique On souhaite travailler avec une formulation symétrique pour diagonaliser le problème sur une base orthogonale de modes propres. Il est alors possible d'obtenir une formulation en pression/déplacement symétrique, à partir des opérateurs définis précédemment. On part de la formulation $(\mathbf{u}, p, \varphi)$, écrite avec les opérateurs utilisés dans la formulation non-symétrique, le problème modal discret s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_S & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1/\rho_F \mathbf{M}_F & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}(\omega) \\ \mathbf{P}(\omega) \\ \Phi(\omega) \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S & \mathbf{0} & \rho_F \mathbf{R} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_F \\ \rho_F \mathbf{R}^T & \mathbf{M}_F^T & \rho_F \mathbf{K}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}(\omega) \\ \mathbf{P}(\omega) \\ \Phi(\omega) \end{Bmatrix}$$

Après élimination de la variable $\Phi(\omega)$, on obtient le problème aux valeurs propres symétriques formulé en fonction des inconnues $\mathbf{U}(\omega)$ et $\mathbf{P}(\omega)$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1/\rho_F \mathbf{M}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}(\omega) \\ \mathbf{P}(\omega) \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S + \rho_F \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T & \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{M}_F \\ \mathbf{M}_F \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T & 1/\rho_F \mathbf{M}_F \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{M}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}(\omega) \\ \mathbf{P}(\omega) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Cette formulation permet de conserver une description du problème couplé en terme de pression/déplacement (dont l'interprétation du point de vue de l'ingénieur est plus aisée que la formulation en déplacement, potentiel des déplacements), tout en étant symétrique⁵.

³ Des analyses locales pourront être mises en œuvre en utilisant un couplage entre un code de calcul de structures (par exemple le code ANSYS) et un code de dynamique des fluides (par exemple le code CFX) en utilisant différents algorithmes de couplage [17, 18].

⁴ La définition et la notation de ces opérateurs diffèrent un peu des notations utilisées par Morand et Ohayon, mais la description proposée dans la présente étude est équivalente à celle adoptée dans l'ouvrage de référence [4].

⁵ Le prix à payer pour obtenir cette formulation est néanmoins de travailler avec des matrices pleines.

Tableau 1. Premières fréquences élastique, hydro-élastique et élasto-acoustique du système.

Fréquence	Élastique	Hydro-élastique	Élasto-acoustique
f_1	45 Hz	28 Hz	27 Hz
f_2	78 Hz	65 Hz	64 Hz
f_3	141 Hz	108 Hz	91 Hz
f_4	246 Hz	195 Hz	147 Hz
f_5	260 Hz	204 Hz	157 Hz
f_6	285 Hz	222 Hz	185 Hz

Fig. 3. Premiers modes propres du système couplé fluide/structure élasto-acoustique.

fonction `eig` de MATLAB [26] : pour un problème symétrique, la fonction utilise l'algorithme QR⁷.

Les valeurs des premières fréquences propres sont données dans le tableau 1, pour les différentes approches définies ci-dessus. Les modes étudiés sont les modes symétriques d'ordre un.

Le détail de l'analyse modale est proposée dans l'étude précédente [7]. Les premiers modes élastiques sont des modes de flexion découplés du panier et de la cuve. Les modes hydro-élastiques sont des modes de flexion couplés du panier et de la cuve, avec un comportement de vibration en phase ou en opposition de phase, caractéristique de ce type de système [23]. Les modes élasto-acoustiques diffèrent assez nettement des modes hydro-élastiques⁸ et résultent de couplage entre les modes hydro-élastiques et les modes acoustiques, suivant un mécanisme similaire

⁷ Une approche mathématique des méthodes numériques utilisées dans MATLAB est proposée dans [27].

⁸ Les caractéristiques $\rho(P, T)$ et $c = \sqrt{\frac{\partial P(\rho, T)}{\partial \rho}} \Big|_T$ du fluide sont calculées à la pression P^* et température de T^* de fonctionnement réel du réacteur [28], alors que l'étude précédente [7] était conduite dans les hypothèses de conditions normales $P_o = 1$ bar, $T_o = 293$ K. La compressibilité étant nettement plus grande dans ces conditions, les phénomènes de couplage n'apparaissent pas et les premiers modes hydro-élastiques et élasto-acoustiques étaient identiques.

Tableau 2. Évaluation du ratio $\mathcal{L}$ pour les premiers modes couplés fluide/structure.

Mode	Cas hydro-élastique	Cas élasto-acoustique (20 °C, 1 bar)	(T_o, P_o)
1	0 %	0 %	3 %
2	0 %	1 %	4 %
3	0 %	8 %	35 %
4	0 %	10 %	37 %
5	0 %	14 %	40 %
6	0 %	15 %	37 %

à ce qui est exposé dans [29]. La figure 3 donne une représentation des premiers modes couplés en déformée des structures dans le plan $(r, z), \theta = 0$ et en iso-valeurs de pression.

Les effets de couplage entre le fluide et la structure peuvent être caractérisés en première approche par le nombre de compressibilité $\mathcal{C}$, défini à la section 1.1. Ce nombre ne permet cependant pas de caractériser les effets de couplage modes par modes. Une approche plus détaillée peut être proposée par calcul des énergies de déformation élastique du système couplé. L'énergie de déformation du mode couplé $\mathbf{X}_n = (\mathbf{U}_n, \mathbf{P}_n)$ est calculée comme $\mathcal{E}_{(u,p)}^n = \mathbf{X}_n^T \mathbf{K} \mathbf{X}_n$ où $\mathbf{K}$ est la matrice de raideur du système couplé en formulation pression/déplacement symétrique, donné par l'expression (2).

Le calcul de $\mathcal{E}_{(u,p)}^n$ est alors donné par :

$$\mathcal{E}_{(u,p)}^n = \mathbf{U}_n^T \mathbf{K}_S \mathbf{U}_n + 1/\rho_F \mathbf{P}_n^T \mathbf{M}_F \mathbf{P}_n$$

La part d'énergie de déformation élastique de la structure est $\mathcal{E}_u^n = \mathbf{U}_n^T \mathbf{K}_S \mathbf{U}_n$ et la part d'énergie de déformation fluide est $\mathcal{E}_p^n = 1/\rho_F \mathbf{P}_n^T \mathbf{M}_F \mathbf{P}_n$. On peut donc proposer une caractérisation des effets de couplage élasto-acoustique avec l'évaluation du ratio suivant :

$$\mathcal{L} = \frac{\mathcal{E}_p^n}{\mathcal{E}_u^n + \mathcal{E}_p^n} \quad (5)$$

Le tableau 2 donne la valeur du ratio $\mathcal{L}$ pour les premiers modes couplés dans les cas suivants :

- cas hydro-élastique (fluide incompressible) ;
- cas élasto-acoustique sous conditions 20 °C, 1 bar (fluide faiblement compressible) ;
- cas élasto-acoustique sous conditions de fonctionnement du réacteur T_o, P_o (fluide compressible).

Par construction, ce ratio est nul dans le cas hydro-élastique (pour un fluide incompressible, $c \rightarrow +\infty$ et $\mathbf{M}_F \equiv \mathbf{0}$).

Dans le cas élasto-acoustique (pour un fluide faiblement compressible), le ratio $\mathcal{L}$ est inférieur à 10 % pour les premiers modes, ce qui traduit un faible couplage élasto-acoustique. Des effets de couplage peuvent apparaître pour des modes d'ordre plus élevé.

Dans le cas élasto-acoustique avec un fluide compressible, le couplage des modes fluide et structure apparaît très nettement sur le troisième mode, ce qui était

mis en évidence par l'examen des fréquences propres (voir Tab. 2). Les modes suivants sont des modes élasto-acoustiques fortement couplés, avec un ratio d'énergie $\mathcal{L}$ supérieur à 35 %.

Comme on le verra dans le paragraphe consacré à l'analyse dynamique, le spectre de réponse de la sollicitation imposée sur le système fait apparaître une zone résonnante sur la gamme 20–100 Hz : les effets de couplage de modes auront une influence sur le comportement dynamique de la structure.

2.2 Calcul des masses modales

On complète l'analyse modale par un calcul des masses modales du système. Ce point n'étant pas souvent abordé dans la plupart des publications relatives à l'analyse modale, il apparaît ainsi intéressant de le préciser dans le cadre de la présente étude. Par définition, la masse modale μ_n du mode $\mathbf{X}_n$ pour une direction Δ est donné par :

$$\mu_n = \frac{(\Delta^T \mathbf{M} \mathbf{X}_n)^2}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{M} \mathbf{X}_n} \quad (6)$$

Dans le cas étudié, le calcul est direct pour le problème élastique et hydro-élastique, le vecteur Δ correspond au vecteur des degrés de liberté en déplacement dans une direction donnée soit $\Delta^T = \mathbf{D}^T$ avec $\mathbf{D}$ ayant pour composante 1 dans la direction considérée et 0 dans les autres directions. Dans le cas élasto-acoustique, le vecteur Δ est construit comme $\Delta^T = \langle \mathbf{D}^T, \mathbf{0} \rangle$ avec $\mathbf{0}$ le vecteur nul de dimension égale à la taille du problème fluide.

De façon plus précise, le calcul des masses modales est donné en fonction des différentes approches (élastique, hydro-élastique et élasto-acoustique) par les expressions suivantes :

– modes élastiques :

$$\mu_n = \frac{(\mathbf{U}_n^T \mathbf{M}_S \mathbf{D})^2}{\mathbf{U}_n^T \mathbf{M}_S \mathbf{U}_n}$$

– modes hydro-élastiques :

$$\mu_n = \frac{(\mathbf{U}_n^T (\mathbf{M}_S + \rho_F \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T) \mathbf{D})^2}{\mathbf{U}_n^T (\mathbf{M}_S + \rho_F \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T) \mathbf{U}_n}$$

– modes élasto-acoustiques :

$$\begin{aligned} \mu_n = & (\mathbf{U}_n^T (\mathbf{M}_S + \rho_F \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T) \mathbf{D})^2 \\ & \times (\mathbf{U}_n^T (\mathbf{M}_S + \rho_F \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T) \mathbf{U}_n + \mathbf{P}_n^T \mathbf{M}_F \mathbf{K}_F^{-1} / \rho_F \mathbf{M}_F \mathbf{P}_n \\ & + \mathbf{U}_n^T \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{M}_F \mathbf{P}_n + \mathbf{P}_n^T \mathbf{M}_F \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T \mathbf{U}_n)^{-1} \end{aligned}$$

Les opérateurs $\mathbf{M}_S$ (masse structure) et $\mathbf{M}_H$ possèdent les propriétés suivantes (la démonstration de ces propriétés est donnée en Annexe) :

$$\mathbf{D}^T \mathbf{M}_S \mathbf{D} = m_S \quad \mathbf{D}^T \mathbf{M}_H \mathbf{D} = m_F$$

Fig. 4. Cumul de masses modales.

avec m_S et m_F désignant respectivement la masse de la structure et du fluide.

Le cumul des masses modales est alors $\sum_{n \geq 1} \mu_n = m$ avec m la masse totale du système considéré. La figure 4 donne le cumul des masses modales en fonction des fréquences propres des modes, en la ramenant à la masse du système considéré (soit m_S pour le cas élastique et $m_S + m_F$ pour le cas hydro-élastique et élasto-acoustique), pour la direction de l'excitation dynamique considérée (sollicitation transversale).

La notion de masse modale est très spécifique à l'analyse d'un système soumis à une excitation de type choc ou séisme. Les résultats relatifs à l'analyse modale de structures couplées avec des fluides [5] ne traitent en général pas de la question du calcul et du cumul des masses modales pour un système couplé. On propose en annexe un point de vue physique sur la notion de masse modale et on formalise dans le cas d'un système couplé fluide/structure les démonstrations de convergence du cumul des masses modales.

3 Analyse dynamique

On conduit maintenant l'analyse dynamique du système, en mettant en œuvre un calcul temporel et un calcul spectral. Les principes généraux des méthodes sont rappelés et les méthodes sont comparées entre elles ainsi qu'avec une approche statique du problème.

3.1 Calcul temporel

Le signal d'accélération imposé sur la structure est pour le besoin de l'étude un signal synthétique construit à partir d'un signal sismique pour lequel la durée a été raccourcie afin de modéliser une sollicitation plus brève qu'un séisme⁹. La figure 5 donne une représentation de l'accélérogramme utilisé.

⁹ L'objet de la présente étude étant essentiellement d'exposer une méthodologie d'analyse et de disposer d'un cas de référence pour des développements numériques, cette hypothèse n'enlève rien à la généralité de l'exposé.

Fig. 5. Signal dynamique en accélération.

L'approche temporelle consiste à résoudre le problème d'évolution :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{M}\Delta\gamma \quad (7)$$

où $\mathbf{M}$ et $\mathbf{K}$ sont les opérateurs de masse et de raideur du système. Ces opérateurs prennent en compte les effets d'interaction fluide/structure dans le cas d'un système couplé. Le vecteur Δ est le vecteur décrivant la direction de l'excitation sismique et ne contient que des composantes non-nulles uniquement pour les degrés de liberté en déplacement.

La résolution du problème d'évolution est conduite :

- par intégration *directe* de l'équation (7), en utilisant le schéma d'intégration en temps de Newmark [30] ;
- par intégration *sur base modale* [1] : on décompose la réponse du système sur la base des modes propres, selon :

$$\mathbf{X}(x, t) = \sum_{n \geq 1} \xi_n(t) \mathbf{X}_n(x)$$

L'équation (7) est projetée sur chaque mode propre, ce qui permet d'écrire les équations d'évolution des coordonnées généralisées ξ_n :

$$\frac{d^2 \xi_n}{dt^2} + \omega_n^2 \xi_n = -q_n \gamma \quad (8)$$

avec q_n le facteur de participation dans la direction de l'excitation, donné par :

$$q_n = \frac{\mathbf{X}_n^T \mathbf{M} \Delta}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{M} \mathbf{X}_n}$$

Chaque équation scalaire est intégrée avec un schéma numérique approprié. Cette méthode permet de ne prendre en compte que quelques modes propres de la structure dans la réponse du système. La réponse du système est alors obtenue par recombinaison des réponses de chaque mode.

Fig. 6. Comparaison des réponses temporelles du système (cas élastique, hydro-élastique et élasto-acoustique).

Les deux méthodes sont mises en œuvre dans le code de calcul DCN et donnent des résultats similaires pour les différents cas étudiés. La méthode modale utilise $N = 5$ modes pour les cas élastiques et hydro-élastiques et $N = 7$ modes pour le cas élasto-acoustique. Le choix du nombre de modes à prendre en compte est imposé par les critères suivants :

- *critère énergétique* : les N modes considérés ont une masse modale cumulée représentant plus de 80 % de la masse totale du système étudié ;
- *critère fréquentiel* : le dernier mode considéré $\mathbf{X}_N$ est le premier mode dont la fréquence f_N est située au-delà de la fréquence de coupure du signal dynamique (voir Fig. 7).

La figure 6 donne l'évolution dans le temps du déplacement d'un point du panier et de la cuve pour les différents cas traités. Le tableau 3 donne les valeurs maximales des déplacements du panier et de la cuve obtenus avec les deux méthodes temporelles.

Les résultats sont analysés et comparés aux résultats des approches spectrales et statiques dans la section 3.4.

Tableau 3. Comparaison des calculs temporels.

	Méthode directe		Méthode modale	
	Panier	Cuve	Panier	Cuve
Élastique	$21,7 \times 10^{-6}$ m	$8,51 \times 10^{-6}$ m	$21,5 \times 10^{-6}$ m	$8,45 \times 10^{-6}$ m
Hydro-élastique	$11,4 \times 10^{-6}$ m	$10,9 \times 10^{-6}$ m	$11,4 \times 10^{-6}$ m	$12,0 \times 10^{-6}$ m
Élasto-acoustique	$11,0 \times 10^{-6}$ m	$10,6 \times 10^{-6}$ m	$11,0 \times 10^{-6}$ m	$10,5 \times 10^{-6}$ m

Tableau 4. Comparaison des calculs spectraux.

	$\ - \ _1$		$\ - \ _2$	
	Panier	Cuve	Panier	Cuve
Élastique	$21,6 \times 10^{-6}$ m	$9,70 \times 10^{-6}$ m	$20,9 \times 10^{-6}$ m	$9,52 \times 10^{-6}$ m
Hydro-élastique	$14,6 \times 10^{-6}$ m	$13,8 \times 10^{-6}$ m	$12,7 \times 10^{-6}$ m	$13,2 \times 10^{-6}$ m
Élasto-acoustique	$13,0 \times 10^{-6}$ m	$11,1 \times 10^{-6}$ m	$11,3 \times 10^{-6}$ m	$10,8 \times 10^{-6}$ m

Fig. 7. Spectre de réponse en pseudo-accelération du signal dynamique.

3.2 Calcul spectral

On poursuit l'analyse en mettant en œuvre une méthode spectrale [1]. Le signal dynamique $t \mapsto \gamma(t)$ est caractérisé par son spectre de réponse en pseudo-accelération $\omega \mapsto \gamma(\omega)$ [31]. On rappelle que par définition, le spectre de réponse en pseudo-accelération donne pour toute valeur ω de pulsation d'un oscillateur harmonique, la grandeur $\gamma(\omega) = \omega^2 \times \max_{t \geq 0} \{\zeta(\omega, t)\}$ où $\zeta(\omega, t)$ est le déplacement relatif du système soumis à l'accélération $\gamma(t)$, i.e. $\zeta(\omega, t)$ est solution de $\ddot{\zeta}(t) + \omega^2 \zeta(t) = -\gamma(t)$ pour ω donné. La figure 7 donne une représentation du spectre de réponse en pseudo-accelération du signal dynamique utilisé pour l'étude, avec la position des modes propres du système.

L'équation d'évolution des coordonnées généralisées ξ_n pour chaque mode est celle d'un oscillateur harmonique de pulsation ω_n . À partir du spectre de réponse en pseudo-accelération du signal dynamique, on détermine la valeur maximale pour $t \geq 0$ de $\xi_n(t)$:

$$\max_{t \geq 0} \{|\xi_n(t)|\} = |q_n| \frac{\gamma(\omega_n)}{\omega_n^2}$$

À partir de la décomposition sur base modale, il est alors possible d'estimer la valeur maximum d'une grandeur donnée du système, au sens suivant :

– estimation en *norme un* :

$$\max_{t \geq 0} \{\|\mathbf{X}(x, t)\|\} \sim \sum_{n=1}^{n=N} |q_n| \frac{\gamma(\omega_n)}{\omega_n^2} \|\mathbf{X}_n(x)\|$$

– estimation en *norme deux* :

$$\max_{t \geq 0} \{\|\mathbf{X}(x, t)\|\} \sim \sqrt{\sum_{n=1}^{n=N} \left(|q_n| \frac{\gamma(\omega_n)}{\omega_n^2} \|\mathbf{X}_n(x)\| \right)^2}$$

La méthode est mise en œuvre dans le code de calcul DCN pour les différents cas d'études. Le tableau 4 donne une comparaison des résultats de calcul obtenus dans les cas élastique, hydro-élastique et élasto-acoustique avec les deux normes de recombinaison.

Les résultats sont analysés et comparés aux résultats des approches temporelles et statiques dans la section 3.4.

3.3 Calcul statique

On termine l'analyse par un calcul statique, en supposant l'ensemble du système soumis à une sollicitation statique unitaire. Le problème à résoudre est alors simplement :

$$\mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{M}\mathbf{D}\gamma_o$$

où γ_o est l'amplitude de l'accélération statique.

Les calculs sont réalisés avec et sans fluide, avec l'accélération statique correspondant à l'accélération statique équivalente maximale sur le spectre de réponse en pseudo-accelération :

$$\gamma_o = \max_{\omega > 0} \{\gamma(\omega)\}$$

Dans le cas de calcul avec fluide, l'hypothèse statique suppose implicitement le fluide incompressible. Le tableau 5 donne les résultats de calcul en déplacement du panier et de la cuve avec et sans fluide.

Tableau 5. Comparaison des calculs statiques.

	Panier	Cuve
Sans fluide	$23,6 \times 10^{-6}$ m	$5,43 \times 10^{-6}$ m
Avec fluide	$9,59 \times 10^{-6}$ m	$9,49 \times 10^{-6}$ m

3.4 Analyse et comparaison des calculs

Les différents résultats de calcul proposés dans les sections précédentes mettent en évidence les mêmes phénomènes physiques :

- la prise en compte du fluide dans le cas incompressible affecte significativement la dynamique de la structure : les déplacements sous sollicitation dynamique sont diminués pour le panier et augmentés pour la cuve par effet de couplage avec le fluide¹⁰ ;
- la prise en compte des effets de compressibilité montre que les effets mis en évidence dans l'approche incompressible se retrouvent dans le cas élasto-acoustique. Le déplacement du panier est diminué, et reste donc inférieur au déplacement calculé pour la structure non-couplée, le déplacement de la cuve est diminué, mais reste supérieur au déplacement calculé pour la structure non-couplée.

Ces tendances sont bien décrites par tous les calculs (statique, spectral et temporel). Les calculs temporels avec méthode directe et modale donnent des résultats très similaires dans tous les cas étudiés.

Les calculs spectraux en norme un donnent des résultats assez proches des calculs temporels, avec une tendance générale à surestimer les réponses en déplacement, sauf pour le panier dans le cas élastique. Par rapport au calcul temporel (considéré comme le calcul de référence), les écarts relatifs en déplacements calculés pour le panier sont de $-0,46$ % dans le cas élastique, $+28,1$ % dans le cas hydro-élastique et $+9,09$ % dans le cas élasto-acoustique. Pour la cuve, les écarts sont respectivement de $+14,0$ % (cas élastique), $+16,0$ % (cas hydro-élastique) et $+4,72$ % (cas élasto-acoustique).

Les calculs spectraux en norme deux donnent des résultats également assez proches des calculs temporels, avec une tendance générale à sous-estimer les réponses en déplacement, mais de façon moins importante que la norme un, à l'exception du panier dans le cas élastique. Par rapport au calcul temporel, les écarts relatifs en déplacements calculés en norme deux pour le panier sont de $-2,29$ % dans le cas élastique, $+11,4$ % dans le cas hydro-élastique et $+2,73$ % dans le cas élasto-acoustique. Pour la cuve, les écarts sont respectivement de $+13,0$ % (cas élastique), $+10,0$ % (cas hydro-élastique), $+1,89$ % (cas élasto-acoustique).

¹⁰ Dans le cas statique, la présence du fluide induit une poussée d'Archimède. Le déplacement du panier est inférieur avec fluide et le déplacement de la cuve est supérieur avec fluide : la structure intérieure est soulagée de la masse de fluide déplacée, alors que la structure extérieure est chargée de la masse de fluide déplacée. Ce phénomène se retrouve également en dynamique [32].

Les calculs statiques avec la valeur maximale de pseudo-accélération donnent des résultats proches en tendance des calculs temporels et spectraux, mais avec des écarts assez importants, qui vont dans le sens d'une sur-estimation dans le cas de calcul sans fluide et d'une sous-estimation dans le cas d'un calcul avec fluide. Par rapport au calcul temporel (élastique sans fluide, élasto-acoustique avec fluide), les écarts sur les déplacements calculés en statique pour le panier sont de $+8,90$ % sans fluide et $-12,9$ % avec fluide. Pour la cuve les écarts sont respectivement de $-36,2$ % sans fluide et $-20,2$ % avec fluide.

L'approche statique n'apparaît donc pas adaptée pour traiter le problème étudié, en raison de la dynamique fortement multi-modale du système et des phénomènes d'interaction fluide/structure. L'approche spectrale donne des résultats assez satisfaisants par rapport à l'approche temporelle, considérée comme la plus exacte pour le problème étudié. Les calculs spectraux donnent des résultats systématiquement majorés par rapport aux calculs temporels, ce qui va dans le sens de la sécurité du dimensionnement de la structure. Le recours à une approche temporelle permet le cas échéant un gain sur les marges de dimensionnement ; l'utilisation d'une méthode temporelle sur base modale est pour ce type d'analyse un bon compromis entre le temps de calcul et précision de calcul.

Conclusion

On a présenté dans cet article une analyse dynamique d'une structure représentative de l'ensemble panier/cuve d'un réacteur nucléaire soumis à une excitation dynamique, en prenant en compte les effets d'interaction fluide/structure. On a rappelé le principe de modélisation du système couplé, basé sur une formulation symétrique en pression/déplacement, obtenue à partir de la formulation $(\mathbf{u}, p, \varphi)$. Dans le cas étudié, la discrétisation du problème est conduite avec une technique éléments-finis, en utilisant une représentation des inconnues du problème en série de Fourier.

On commence par présenter les résultats de l'analyse modale en donnant le calcul des fréquences et des masses modales pour les modes propres du système (couplé ou non avec le fluide). On vérifie la consistance de l'analyse modale en comparant le cumul des masses modales à la masse totale du système. L'analyse modale met en évidence les effets d'interaction fluide/structure (effets de masse ajoutée et effets de couplage de modes) par comparaison entre les calculs élastiques, hydro-élastiques et élasto-acoustiques.

On expose ensuite les résultats de l'analyse dynamique en donnant le calcul des déplacements maximum d'un point du panier et de la cuve, obtenus avec une approche temporelle (méthode directe ou modale) et d'une approche spectrale. Les résultats sont également comparés avec un calcul statique, ce qui permet de situer les différentes approches entre elles en terme de représentativité physique.

Les principales conclusions portent sur les trois aspects suivants.

Aspect méthodologique L'étude a permis de formaliser la mise en œuvre de méthodes générales d'analyse au cas particulier d'une structure élastique couplée avec un fluide acoustique et soumise à une sollicitation de type choc. Les outils d'analyse les plus adaptés pour ce type de problèmes ont été détaillés, en particulier :

- caractérisation des effets de couplage par l'évaluation des énergies de déformation fluide et structure ;
- caractérisation de la contribution de chaque mode dans la réponse d'ensemble par l'évaluation calcul des masses modales, avec prise en compte du fluide ;
- caractérisation de la méthode d'analyse la plus adaptée par comparaison de calculs statiques spectraux et temporels.

Aspect industriel L'importance des effets de couplage élasto-acoustique et leur influence sur la réponse dynamique du réacteur soumis à une sollicitation de type choc ont été mis en évidence. L'étude a également mis en évidence le caractère fortement multi-modal du système étudié et a permis de démontrer que la méthode spectrale était plus adaptée que la méthode statique pour l'étude du problème posé.

Aspect numérique L'exemple étudié constitue un cas de référence pour le développement dans le code de calcul éléments-finis généraliste ANSYS de la formulation couplée fluide/structure symétrique $(\mathbf{u}, p, \varphi)$.

Annexe : Notion de masse modale

A.1 Interprétation physique de la masse modale

L'utilisation de méthodes modales permet de déterminer la réponse dynamique d'un système à une sollicitation donnée, en calculant la contribution de chaque mode propre dans la réponse d'ensemble. La contribution du mode d'ordre n est ainsi donnée par $\xi_n \mathbf{X}_n$, la réponse du système étant écrite $\sum_n \xi_n \mathbf{X}_n$. Lorsque la sollicitation appliquée à la structure est un choc imposé dans la direction $\mathbf{D}$, on peut calculer la résultante de la contribution du mode $\mathbf{X}_n$ sur l'effort exercé aux interfaces du système comme :

$$\Phi_n = \mathbf{K}(\xi_n \mathbf{X}_n)$$

La projection de cet effort dans la direction du choc est alors donné par $\Phi_n = \xi_n \mathbf{D}^T \Phi_n \mathbf{X}_n$. La valeur maximale de cet effort est donc :

$$\phi_n = \max_{t>0} |\xi_n(t)| \times \omega_n^2 \mathbf{D}^T \mathbf{M} \mathbf{X}_n^T$$

En prenant en compte la relation $\max_{t>0} |\xi_n(t)| = |q_n| \frac{\gamma(\omega_n)}{\omega_n^2}$, on déduit :

$$\phi_n = \mu_n \gamma(\omega_n)$$

La masse modale peut être interprétée comme l'inertie du mode n soumis à l'accélération statique équivalente (ou pseudo-accélération) $\gamma(\omega_n)$. Lorsque le comportement du système est quasi-statique, la pseudo-accélération de chaque mode est $\gamma(\omega_n) \sim \gamma_o$. Dans ce cas, la contribution de chaque mode sur l'effort aux interfaces est $\mu_n \gamma_o$: μ_n est alors l'inertie modale vue par l'extérieur du système soumis à l'accélération statique γ_o . L'effort aux interfaces est également donné par $m \gamma_o$ où m est la masse du système entraînée par le choc, de sorte que $\sum_n \mu_n = m$.

A.2 Propriété des opérateurs de masse

L'opérateur de masse structure $\mathbf{M}_S$ vérifie la relation $\mathbf{D}^T \mathbf{M}_S \mathbf{D} = m_S$ où m_S est la masse totale de la structure et $\mathbf{D}$ un vecteur unitaire dans une direction donnée. Par définition de l'opérateur masse structure, l'expression intégrale $\int_{\Omega_S} \rho_S \mathbf{u} \cdot \delta \mathbf{u} dV$ se discrétise en effet comme :

$$\int_{\Omega_S} \rho_S \mathbf{u} \cdot \delta \mathbf{u} dV = \delta \mathbf{U}^T \mathbf{M}_S \mathbf{U}$$

En spécialisant cette relation au vecteur unitaire $\mathbf{d}$, représenté par $\mathbf{D}$, on écrit :

$$\mathbf{D}^T \mathbf{M}_S \mathbf{D} = \int_{\Omega_S} \rho_S \mathbf{d}^2 dV = m_S$$

qui est la relation recherchée.

L'opérateur de masse ajoutée $\mathbf{M}_H$, défini par la relation (3) vérifie d'autre part la relation $\mathbf{D}^T \mathbf{M}_H \mathbf{D} = m_F$ où m_F est la masse totale de la structure. Cette relation est vérifiée dans le cas d'un fluide entièrement contenu dans une structure élastique, comme c'est le cas dans notre étude. Par définition, les opérateurs $\mathbf{K}_F$ et $\mathbf{R}$ discrétisent respectivement les expressions $\int_{\Omega_F} \nabla p \cdot \nabla \delta p dV$ et $\int_{\Gamma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \delta p dS$ où Ω_F est le domaine fluide et Γ est l'interface fluide/structure [4]. On peut ainsi écrire les relations :

$$\int_{\Omega_F} \nabla p \cdot \nabla \delta p dV = \delta \mathbf{P}^T \mathbf{K}_F \mathbf{P} \quad \int_{\Gamma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \delta p dS = \delta \mathbf{P}^T \mathbf{R}^T \mathbf{U}$$

Si on considère alors le problème :

$$\Delta \varphi_o = 0 \text{ dans } \Omega_F \quad \frac{\partial \varphi_o}{\partial n} = \mathbf{d} \cdot \mathbf{n} \text{ sur } \partial \Omega_F$$

qui correspond au problème fluide incompressible formulé dans le domaine Ω_F en potentiel des déplacements, avec déplacement imposé sur la frontière du domaine fluide $\partial \Omega_F$. La formulation faible de ce problème est alors :

$$\int_{\Omega_F} \rho_F \nabla \varphi_o \cdot \nabla \delta \varphi_o dV = \int_{\partial \Omega_F} \rho_F \mathbf{d} \cdot \mathbf{n} \delta \varphi_o dS \quad \forall \delta \varphi_o$$

ou encore sous forme discrète :

$$\delta \Phi_o^T \mathbf{K}_F \Phi_o = \delta \Phi_o^T \mathbf{R}^T \mathbf{D} \quad \forall \delta \Phi_o$$

La solution correspondante vérifie $\nabla\varphi_o = \mathbf{d}$ dans Ω_F et on peut ainsi écrire $\int_{\Omega_F} \rho_F (\nabla\varphi_o)^2 dV = \int_{\Omega_F} \rho_F \mathbf{d}^2 dV = m_F$.

Cette relation s'écrit sous forme discrète $\rho_F \Phi_o^T \mathbf{K}_F \Phi_o = m_F$ avec m_F masse totale de fluide et Φ_o vérifiant $\mathbf{K}_F \Phi_o = \mathbf{R}^T \Delta$, ou encore $\Phi_o = \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T \Delta$.

On déduit alors $\rho_F \mathbf{D}^T \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{K}_F \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T \Delta = m_F$, soit :

$$\rho_F \Delta^T \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T \Delta = m_F$$

qui est la relation cherchée.

A.3 Cumul des masses modales

Le cumul des masses modales $(\mu_n)_{n \geq 1}$ est donné par la relation :

$$\sum_{n \geq 1} \mu_n = \Delta^T \mathbf{M} \Delta \quad (9)$$

où $\mathbf{M}$ est la matrice de masse du système. Cette relation est montrée de façon classique en utilisant les propriétés d'orthogonalité des modes propres, qui forment une base l'espace des degrés de liberté du système. La décomposition sur base modale s'écrit $\mathbf{X} = \sum_{n \geq 1} \xi_n \mathbf{X}_n$. Compte tenu de l'orthogonalité des modes à l'opérateur de masse, on peut écrire plus précisément la décomposition sur base modale comme :

$$\mathbf{X} = \sum_{n \geq 1} \frac{\mathbf{X}_n^T \mathbf{M} \mathbf{X}}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{M} \mathbf{X}_n} \mathbf{X}_n$$

et calculer le produit scalaire $\mathbf{X}^T \mathbf{M} \mathbf{X}'$ pour tous vecteurs $\mathbf{X}$ et $\mathbf{X}'$, comme :

$$\mathbf{X}^T \mathbf{M} \mathbf{X}' = \sum_{n \geq 1} \frac{\mathbf{X}_n^T \mathbf{M} \mathbf{X} \mathbf{X}_n^T \mathbf{M} \mathbf{X}'}{\mathbf{X}_n^T \mathbf{M} \mathbf{X}_n}$$

En écrivant cette relation pour $\mathbf{X} = \mathbf{X}' = \Delta$, on obtient ainsi la relation voulue.

On rappelle que la matrice de masse en formulation *symétrique* en pression/déplacement (2) est donnée par :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_S + \rho_F \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T & \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{M}_F \\ \mathbf{M}_F \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T & 1/\rho_F \mathbf{M}_F \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{M}_F \end{bmatrix}$$

et le vecteur d'excitation est $\Delta = \langle \mathbf{D}, \mathbf{0} \rangle^T$. On calcule alors $\Delta^T \mathbf{M} \Delta = \mathbf{D}^T \mathbf{M}_S \mathbf{D} + \mathbf{D}^T \rho_F \mathbf{R} \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{R}^T \mathbf{D}$, soit en prenant en compte les propriétés précédentes :

$$\Delta^T \mathbf{M} \Delta = m_S + m_F$$

qui est la relation cherchée. Cette relation est vérifiée à condition de prendre en compte tous les couplages du fluide sur les parois (déformables ou non) de la structure qui le contient. La propriété de symétrie et le caractère défini positif de la matrice de masse $\mathbf{M}$ sont également des conditions nécessaires pour établir les résultats ci-dessus. En formulation *symétrique* ($\mathbf{u}, p, \varphi$), la matrice de masse n'est pas définie positive ; on peut cependant montrer que le bilan de masse est vérifié en utilisant cette formulation [33].

Références

- [1] R.J. Gibert, Vibration des structures, Interaction avec les fluides. Sources d'excitation aléatoires, Collection de la Direction des Études et Recherches d'Électricité de France, vol. 69, Eyrolles, 1986
- [2] R.W. Clough, J. Penzein, Dynamics of Structures, MacGraw-Hill, 1986
- [3] J. Makerle, Earthquake analysis of structures : FEM and BEM approaches, a Bibliography (1995–1998), Finite Element Analysis in Design 32 (1999) 113–124
- [4] H.J.P. Morand, R. Ohayon, Fluid Structure Interaction, Wiley & Sons, 1995
- [5] J. Makerle, Fluid-structure interaction problems, Finite element approach and boundary elements approaches, A Bibliography, Finite Elements in Analysis and Design 31 (1999) 231–240
- [6] P. Khonke, ANSYS Theory Reference, Swanson Analysis System, 1986
- [7] J.F. Sigrist, C. Lainé, B. Peseux, Analyse modale d'une structure industrielle avec prise en compte du couplage fluide/structure, Mécanique & Industries 6 (2005) 553–563
- [8] J.F. Sigrist, S. Garreau, Calcul couplé fluide/structure en formulation pression-déplacement axisymétrique harmonique, Revue Européenne des Éléments-Finis 14 (6) (2005) 1015–1032
- [9] G. Keulegan, L. Carpenter, Force on Cylinders and Plates in Oscillating Fluid, J. Res. National Bureau of Standards 60 (1958) 423–440
- [10] S.S. Chen, Flow-Induced Vibration of Cylindrical Structures, Springer-Verlag, 1987
- [11] E. de Langre, Fluides et Solides, Les éditions de l'École Polytechnique, 2001
- [12] V. Melot, C. Leblond, J.F. Sigrist, C. Lainé, B. Auvity, H. Peerhossaini, Investigation of Fluid Forces on a Circular Cylinder Subjected to a Rectilinear Transient Motion at Low Amplitude in Infinite Medium and Cylindrical Confinement, European Fluids Engineering Summer Meeting, Miami, 17–20 July 2006
- [13] V. Melot, J.F. Sigrist, C. Lainé, B. Auvity, H. Peerhossaini, Fluid Forces on a Moving Body at Low Amplitude in Fluid at Rest, Part 1 : A review of Literature. Pressure Vessel and Piping, Vancouver, 25–28 July, 2006
- [14] V. Melot, J.F. Sigrist, C. Lainé, B. Auvity, H. Peerhossaini, Fluid Forces on a Moving Body at Low Amplitude in Fluid at Rest, Part 2 : Analytical and Numerical Study for An Accelerated Circular Cylinder. Pressure Vessel and Piping, Vancouver, 25–28 July, 2006
- [15] C. Leblond, J.F. Sigrist, C. Lainé, B. Auvity, H. Peerhossaini, A Review of Fluid Forces Induced by A Circular Cylinder Oscillating at Low Amplitude and High Frequency in Cylindrical Confinement, Pressure Vessel and Piping, Vancouver, 25–28 July, 2006
- [16] C. Leblond, J.F. Sigrist, C. Lainé, B. Auvity, H. Peerhossaini, Fluid Forces on a circular Cylinder Moving Transversely in Cylindrical Confinement : Extension of the Fritz Model to Larger Amplitude Motions. Pressure Vessel and Piping, Vancouver, 25–28 July, 2006
- [17] S. Piperno, Explicit-Implicit Fluid-Structure Staggered Procedures with a Structural Predictor and Fluid Subcycling for 2D Inviscid Aeroelastic Simulations, Int. J. Numerical Methods in Fluids 25 (1997) 1207–1226

- [18] M. Schäfer, I. Teschauer, Numerical Simulation of Coupled Fluid-Solid Problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 190 (2001) 3645–3667
- [19] J.F. Sigrist, Modal Analysis of Industrial Fluid-Structure Systems with Symmetric Formulations in a Finite Element Code, *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 2006, soumis
- [20] J.F. Sigrist, S. Garreau, Modal Analysis of Fluid-Structure Interaction Problems with Pressure-Based Fluid Finite Elements for Industrial Applications, *Finite Element in Analysis and Design*, 2006, soumis
- [21] J.F. Sigrist, S. Garreau, Dynamic Analysis of Fluid-Structure Interaction Problems with Modal Methods Using Pressure-Based Fluid Finite Elements, *Finite Element in Analysis and Design*, 2006, soumis
- [22] J.F. Sigrist, Symmetric and Non-Symmetric Formulations for Fluid-Structure Interaction Problems : Reference Test Cases for Numerical Developments in a Commercial Finite Element Code. *Pressure Vessel and Piping*, Vancouver, 25–28 July 2006
- [23] F. Axisa, *Interactions fluide structure*, Hermès, 2001
- [24] J.F. Sigrist, Modélisation et simulation numérique d'un problème couplé fluide/structure non-linéaire. Application au dimensionnement de structures nucléaires de propulsion navale, Thèse de Doctorat, École Centrale de Nantes, 2004
- [25] D.G. Ashwell, R.H. Gallagher, *Finite elements for thin shells and curved members*, Wiley & Sons, 1976
- [26] M. Mokhtari, A. Mesbah, *Apprendre et maîtriser MATLAB*, Springer, Verlag, 1997
- [27] G.H. Golub, C.F. Van Loan, *Matrix computation*, Johns Hopkins University Press, 1984
- [28] E. Schmidt, *Properties of Water and Steam in SI-Units, 0–800 °C, 0–1000 bar*, Springer-Verlag, 1981
- [29] H. Morand, R. Ohayon, Substructure variational analysis of the vibrations of coupled fluid-structure systems. finite element results, *Int. J. Numerical Methods in Engineering* 14 (1979) 741–755
- [30] M.N. Newmark, A method of computation for structural dynamics, *J. Engineering Mechanics Division* 85 (1954) 67–94
- [31] C. Lallane, *Vibrations et chocs mécaniques*, Hermès, 1999
- [32] J.F. Sigrist, D. Broc, C. Lainé, Seismic analysis of a nuclear reactor with fluid-structure interaction, *Pressure Vessel and Piping*, Denver, 17–22 July 2005
- [33] J.F. Sigrist, D. Broc, C. Lainé, F. Axisa, Seismic analysis of a nuclear reactor with fluid-structure interaction, Part I : Added Mass and Added Stiffness Effects, *J. Fluids and Structures*, 2006, soumis