Interaction entre des anneaux cohérents de vorticit et la turbulence

JEAN-FRANÇOIS KRAWCZYNSKI¹, LUMINATA DANAILA^{1,a}, BRUNO RENOU¹ ET PAUL DIMOTAKIS²

¹ CORIA, UMR 6614, avenue de l'Université, BP 12, 76801 Saint Étienne du Rouvray, France

² Caltech, Pasadena, USA

Reçu le 1^{er} septembre 2006, accepté le 23 janvier 2007

Résumé – Dans un réacteur partiellement mélangé (PaSR, i.e. Partially Stirred Reactor), le fluide est injecté par 16 paires de jets opposés et évacué par des parois poreuses. Ce forçage particulier conduit à la création de paires d'anneaux cohérents de vorticit, tournant dans des sens alternativement opposés. Les propriétés du champ moyen de vorticit et étirement, conduisent à une turbulence en rotation locale, quasi-2D aux grandes échelles. Dans ces anneaux, le champ turbulent est localement homogène et le champ de vorticit reste spatialement corrlé sur des échelles de la taille des anneaux. Les fonctions de structure de vorticit ne présentent pas de lois d'échelles dans la zone inertielle, mais plutôt un comportement en $\text{Log}(r)$ (r est la séparation entre deux points de l'espace), analogue à la turbulence 2D [1]. Afin de décrire le comportement de l'enstrophie sur une large gamme d'échelles, une approche analytique similaire à celle développe par [1] est aborde dans notre cas.

Mots clés : Turbulence / jets / rotation

Abstract – **Effect of vorticity coherent rings on turbulence.** In a partially stirred reactor (PaSR), fluid is injected through a set of 16 pairs of opposed jets and ejected via porous top and bottom walls. This particular manner of fluid circulation allows for creating pairs of alternating-rotating large-scale coherent rings. The large-scale properties of the mean flow, i.e. large-scale vorticity and strain, lead to a turbulence in local rotation (quasi-2D) at large scales. In these giant structures, turbulent field is locally homogeneous and vorticity field is spatially correlated over a range of scales as large as the rings size. Inertial range of enstrophy second-order structure functions behaves as $\text{Log}(r)$ (r is the separation between two space points), as it is the case for 2D turbulence [1]. In order to describe the enstrophy over the whole range of scales r , an analytical approach similar to that adopted in [1] is developed in our case.

Key words: Turbulence / jets / rotation

1 Introduction

Ce travail est intgr dans un effort de longue dure, qui concerne l'amlioration de nos connaissances sur le mlange turbulent, pour un grand spectre d'applications, incluant la combustion, la propulsion, l'industrie chimique. Des mthodes traditionnelles destines obtenir un « bon mlange » sont souvent relies aux racteurs ([2–4]). Des hlices ou des « HEV » (high efficiency vortex) sont galement utiliss afin de mieux mlanger. Pourtant, cet aspect est souvent abord dans des revues de chimie, ludant le point de vue sur la physique du micro-mlange. Le but de cette contribution est d'tudier les proprits de la turbulence, lorsque la

vorticit est injecte sur une large gamme d'chelles, c'est--dire par paires d'anneaux cohrents, tournant dans des directions alternativement opposes. Nous montrons que cette manire originale d'injecter l'nergie et l'enstrophie conduit des proprits particulires de l'coulement.

Dans cet article, nous montrons que les interactions non-locales dans la cascade d'enstrophie jouent un rle primordial. Plus prcisment, nous suggrons que les statistiques de la vorticit peuvent tre expliques en prenant en compte l'effet de la vorticit du champ moyen, sur les chelles plus petites. Les corrlations en deux points de la vorticit sont principalement influences par les chelles les plus grandes, qui peuvent tre dcrites en utilisant le tenseur des drives de la vitesse moyenne, avec une partie symtrique (tirement) et une partie anti-symtrique (vorticit). Ceci est en accord avec l'image classique de

^a Auteur correspondant : danaila@coria.fr

Fig. 1. Installation expérimentale (gauche) et exemple de plan de mesure (droite).

cascade d'énstrophie : un blob de fluide entraîné dans un champ de vorticité grandes-échelles est allongé selon la/les direction(s) d'étirement et comprimé selon la/les direction(s) de compression. Un tel étirement conduit à un flux d'énstrophie vers les plus petites échelles. La vorticité fait tourner le blob de fluide, en diminuant l'étirement, à cause du changement des axes d'étirement positif et négatif.

La section 2 est dédiée à la description de l'installation expérimentale et de l'écoulement. L'analyse spectrale (Sect. 3.1) sera suivie par un diagnostic des flux d'énergie et d'énstrophie à travers les échelles (Sect. 3.2). Notre question suivante concerne le comportement qualitatif en fonction de l'échelle, de l'énstrophie, et est adressée dans la section 3.3. Les conclusions sont tirées dans la section 4.

2 Installation expérimentale et description de l'écoulement

L'installation expérimentale (Fig. 1) est un réacteur partiellement mélangé avec des conditions de fonctionnement variables. Le fluide est injecté par 16 paires de jets opposés qui sortent de la partie haute et basse du réacteur et produisent un plan de stagnation (en moyenne) dans le centre du PaSR, où la vitesse moyenne est presque zéro en chaque point. Le diamètre des jets d'injection est $d = 1$ cm. Le volume du réacteur est de $V = 11 \times 11 \times 6$ cm³. Sa hauteur peut être modifiée en utilisant des espaceurs. Le fluide sort à travers des plaques poreuses situées sur les plans d'injection. Afin de faire varier le nombre de Reynolds sur une large gamme, la pression du fluide dans le réacteur est modifiable entre [1–3] atm. Les parois latérales sont transparentes, permettant un accès optique pour les mesures de vitesse 2D.

Dans la région des jets, l'axisymétrie locale est bien respectée. Les caractéristiques de l'écoulement sont :

- débit de l'écoulement : $Q_v = [60\text{--}150]$ m³.h⁻¹ ;
- vitesse d'injection pour chaque jet $\in [6,6\text{--}17]$ m.s⁻¹ ;
- nombre de Reynolds basé sur la micro-échelle de Taylor $R_\lambda \in [60\text{--}1200]$ (le maximum étant atteint dans la région centrale du réacteur).

Les mesures sont faites en utilisant un algorithme PIV multi-pass adaptatif (le package standard commercial

Davis 6.2, LaVision). La taille finale de la fenêtre d'interrogation est de 16 pixels², avec un recouvrement de 50 %. Le grandissement est de 0,038 mm.pixels⁻¹. Ainsi, la plus petite échelle résolue est d'approximativement 8η . Des moyennes temporelles sont effectuées en chaque point de l'image, sur 1500 images.

La figure 2 illustre les composantes de la vitesse moyenne dans le plan des jets : selon la direction horizontale X et selon la direction de l'injection (verticale) Z , V_Z . Ici, X , Y et Z représentent le repère fixe (du laboratoire). L'axisymétrie de l'écoulement autour de l'axe des jets opposés nous permet d'utiliser les coordonnées cylindriques (R, θ, z) (indiquées sur les figures pour chaque paire de jets). Le plan central de stagnation est à noter. Dans ce plan, toutefois, le fluide a une vitesse moyenne non-nulle selon les directions normales (R et θ). Dans la zone située entre l'injection par des jets et le retour par des plaques poreuses, il est à noter la présence de couches de mélange à contre-courant axisymétriques. Cette remarque est particulièrement importante pour la suite du travail. Dans ces régions, la turbulence est en cisaillement pur, avec le cisaillement variable d'un point à l'autre de l'écoulement. Nous parlerons d'une injection d'énergie et d'énstrophie multi-échelles.

La figure 3 représente les distributions des valeurs *RMS* des vitesses fluctuantes u_R et u_Z . Une bonne *isotropie globale* de la zone étudiée est à observer, c'est-à-dire que les moyennes spatiales de ces valeurs *RMS* restent comparables, à 25 % près. Toutefois, les valeurs locales sont différentes et elles délivrent une information sur la structure locale de l'écoulement. Ainsi, de fortes fluctuations de u_Z apparaissent devant les jets opposés, alors que des valeurs importantes des fluctuations de u_R sont présentes dans le point central, entre les paires de jets. Nous devons clairement souligner ici que notre écoulement est 3D, car la vitesse fluctue selon les trois directions de l'espace.

La figure 4 illustre la présence d'une forte énergie cinétique dans la zone d'impact entre les jets opposés, alors qu'elle devient nettement plus faible dans les zones d'injection.

La vorticité de l'écoulement moyen, $\vec{\Omega} \equiv (\Omega_Z, \Omega_R, \Omega_\theta) = (0, 0, \Omega_\theta)$, où $\Omega_\theta = \frac{\partial U_R}{\partial z} - \frac{\partial U_Z}{\partial R}$ est représentée sur la figure 5, gauche. Nous notons sur cette figure la présence de deux paires d'anneaux cohérents, créés par la circulation du fluide entre les jets d'injection, le plan central de stagnation, et le retour à travers les plaques poreuses. Ces anneaux correspondent aux zones de cisaillement pur, dans lesquelles la rotation et l'étirement coexistent, ayant la même valeur. Ces anneaux cohérents ne sont pas étirés, car la composante de la vitesse moyenne $\langle U_\theta \rangle$, mesurée à la périphérie des anneaux, est quasi-nulle.

Trois échelles sont à noter sur cette figure :

- l'échelle caractéristique de l'injection du fluide $d/2$, où d est le diamètre des jets ($d = 1$ cm, 263 pixels) ;
- l'échelle d'injection de l'énstrophie, $l = 5$ mm, 130 pixels. C'est l'échelle caractéristique de l'écoulement, donnée par la largeur des anneaux cohérents ;

Fig. 2. Champ de vitesse moyenne : radiale U_R (gauche) et verticale U_Z (droite).

Fig. 3. $RMS(u_R)$ (gauche) et $RMS(u_Z)$ (droite).

– l'échelle (maximale) d'injection d'énergie. L'énergie est injectée sur une gamme d'échelle $[l, L]$, où $L = 1,3$ cm, 350 pixels. Ceci est la distance entre l'axe du jet et le point de stagnation entre les jets. Évidemment, cette échelle est liée au confinement du système et elle est donc l'échelle maximale de l'écoulement. À titre comparatif, la figure 5 (droite) représente la composante planaire de l'étirement du champ moyen, dans le plan (X, Z) . Nous observons que dans les anneaux cohérents, les valeurs de la vorticité et de l'étirement sont égales, comme dans le cas de la turbulence cisailée pure. Les deux sont responsables de la dissipation d'énergie aux petites échelles. Dans la zone centrale du réacteur, la vorticité moyenne est nulle, alors que l'étirement est persistant, conduisant ainsi à une forte production de gradients de vitesse.

Dans les anneaux, la turbulence présente des propriétés localement homogènes (Fig. 6).

Il est connu que dans la région située entre des paires de tourbillons alternants, le fort cisaillement moyen conduit à de forts gradients de vitesse ou de scalaire [5]. Nous pouvons donc nous attendre à ce que la région centrale du réacteur, située entre les paires de structures tourbillonnaires, soit une zone de forte production de gradients et donc de forte dissipation et implicitement de forte enstrophie. La figure 7 illustre cette « abondance » d'enstrophie dans la zone centrale du réacteur, et dans les régions occupées par les anneaux de vorticité. Nous pouvons donc par la suite décomposer l'écoulement en régions de forte rotation (et déformation, anneaux)

Fig. 4. Distribution de l'énergie totale : $\langle q^2 \rangle = \langle u_i u_i \rangle = 2\langle u_R^2 \rangle + \langle u_Z^2 \rangle$.

et un écoulement plus calme (toutefois, turbulent). Notons aussi au passage que le rapport entre le temps caractéristique de l'écoulement moyen et le temps caractéristique de la turbulence est très faible ($\approx 0,1$), ce qui correspond à une turbulence transportée en état gelé (« baby » turbulence).

3 Résultats

L'étape suivante consiste à analyser l'effet induit par ces régions de cisaillement sur la turbulence, en général.

Fig. 5. Distribution de la composante azimutale de la vorticité du champ moyen $\Omega_\theta [\text{s}^{-1}]$ (gauche) et de la composante planaire de l'étirement du champ moyen, S (droite).

Fig. 6. Distribution de $\langle u_R u_Z \rangle$ (gauche) et sa valeur normalisée $\langle u_R u_Z \rangle / \text{RMS}(u_R) \text{RMS}(u_Z)$.

Fig. 7. Distribution de $RMS(\omega_\theta)$.

L'analyse spectrale (Sect. 3.1) sera suivie par un diagnostic du flux d'énergie et d'entropie à travers les échelles (Sect. 3.2). Une autre question adressée dans cet article est le scaling de l'entropie dans la zone inertielle (Sect. 3.3).

3.1 Analyse spectrale

La figure 8 illustre une coupe du spectre d'énergie (bidimensionnel), $E(k)$, en fonction du pseudo nombre

Fig. 8. Spectre d'énergie de la turbulence. La ligne continue représente la pente en k^{-3} .

d'onde ($k = \text{pixels}^{-1}$). Une large région pour laquelle $E(k) \sim k^{-3}$ est à noter, caractéristique de la turbulence en rotation (e.g. [6,7]). Une question ouverte subsiste sur une possible existence d'un régime en $-5/3$ au niveau des très petites échelles. À cause de la limite de résolution des mesures, ceci ne peut pas être détecté.

Notre écoulement est 3D et localement axisymétrique par rapport aux axes des jets. Pourtant, il est maintenant bien établi que la rotation conduit à des propriétés

statistiques dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation, similaires à celles d'un écoulement turbulent 2D. Dans ce contexte, les deux régimes spectraux (-3 and $-5/3$) correspondent respectivement à un régime d'énstrophie (dans lequel l'énstrophie cascade directement et la cascade d'énergie est inverse, [8]), et à un régime d'énergie. Ces deux régimes sont prédits théoriquement par [9] pour la turbulence 2D, et ils sont effectivement confirmés par quelques auteurs, e.g. [10], mais ils ne sont pas confirmés par la turbulence géostrophique [8, 11].

Nous ne devons pas oublier que notre écoulement est 3D, et que c'est la rotation locale qui induit une turbulence quasi-2D. Une analogie directe avec la turbulence 2D est à faire avec attention. Par conséquent, notre but suivant est de comprendre, fixer les limites et quantifier les différents régimes, en utilisant des grandeurs locales, i.e. les fonctions de structure.

Comme la vorticit est injecte dans l'coulement sur une gamme d'chelles plus petites que l , et qu'elle cascade directement vers les chelles plus petites, nous analysons par la suite les fonctions de structure de vorticit. Si la cascade est directe et locale, alors un spectre en $k^{-\alpha}$ conduit une nergie locale au nombre d'onde k_n qui est $\sim \int_{k_n}^{k_{n+1}} k^{-\alpha} dk \sim k^{-\alpha+1}$, et qui correspond dans l'espace rel (fonctions de structure d'ordre deux, ci-aprs FS) $FS \sim r^{\alpha-1} = r^2$. Il est alors trs simple de montrer que la loi d'chelle en $2/3$ pour les FS correspond un comportement en $-5/3$ dans l'espace de Fourier.

Par ailleurs, l'nstrophie des nombres d'onde k_n est $\sim \int_{k_n}^{k_{n+1}} k^2 k^{-\alpha} dk \sim \int_{k_n}^{k_{n+1}} k^{-\alpha+2} dk$, et pour $\alpha = 3$, elle devient $\sim \int_{k_n}^{k_{n+1}} k^{-1} dk \sim \text{Log}(k)$, ce qui conduit une singularit dans l'espace rel, i.e. $\text{Log}(r)$. En conclusion, un spectre d'nergie en k^{-3} conduit, pour une cascade d'nstrophie locale et directe, des fonctions de structure de vorticit proportionnelles $\text{Log}(r)$. Cette dernire affirmation sera tudie plus profondment dans les sous-sections suivantes :

- nous allons d'abord montrer (Sect. 3.2) que la cascade d'nstrophie et d'nergie est directe pour des chelles plus petites que l , et inverse pour des chelles plus grandes que l ;
- en utilisant des termes des grandes-chelles, nous tudions le comportement dans la ZI des FS de vorticit (Sect. 3.3).

3.2 Cascade d'nergie et d'nstrophie directe et inverse

Une analyse plus fine de la forme trs abrupte du spectre d'nergie peut tre obtenue en tudiant l'influence de la rotation sur les transferts nergtiques et d'nstrophie dans l'espace rel. Des statistiques des incrments de vitesse $\Delta u_R = u_R^+ - u_R$ travers la sparation $r = |\vec{r}|$, et les moments d'ordre deux de ces quantits $\langle (\Delta u_R)^2 \rangle$ reprsentent l'nergie cintique de l'coulement l'chelle en question, alors que les moments d'ordre trois $\langle (\Delta u_R)^3 \rangle$ sont relis au flux d'nergie moyen l'chelle r . En particulier, son signe indique la direction du flux nergtique

Fig. 9. Ligne continue et $\diamond$: fonctions de structure d'ordre trois des incrments de vitesse, $\langle (\Delta u_R)^3 \rangle$; ligne continue et $\circ$: flux d'nstrophie $\langle \Delta u_R (\Delta \omega_\theta)^2 \rangle$; + : corrlations de vorticit $\langle \omega_\theta \omega_\theta^+ \rangle$.

 travers l'chelle r : positif pour des transferts vers les chelles plus grandes et ngatif pour des transferts vers les chelles plus petites.

Dans le cas de la turbulence en non-rotation grands Reynolds, l'nergie est transfre un taux constant pour toutes les chelles de la ZI, et $\langle (\Delta u_R)^3 \rangle$ vrifie la loi de Kolmogorov en $4/5$: $\langle (\Delta u_R)^3 \rangle = -4/5 \langle \epsilon \rangle r$, o $\langle \epsilon \rangle$ est le taux moyen de dissipation de l'nergie cintique. L'nergie se dplace, en moyenne, des grandes vers les petites chelles.

Pour la turbulence 2D, nous devons distinguer deux rgimes possibles de cascade. Pour les chelles plus grandes que l'chelle d'injection, dans le rgime de cascade inverse d'nergie, le transfert se fait en moyenne des petites vers les grandes chelles, et $\langle (\Delta u_R)^3 \rangle$ est positif. Pour les chelles plus petites que l'chelle d'injection, dans le rgime de cascade d'nstrophie, il n'y a pas de transfert d'nergie, et $\langle (\Delta u_R)^3 \rangle$ devrait tre gal zro.

Revenons maintenant notre coulement. Afin de mieux comprendre la direction selon laquelle l'nergie cascade, nous calculons par la suite les FS de 3 ordre, i.e. $\langle (\Delta u_R)^3 \rangle$, reprsentes sur la figure 9. Ce calcul est fait pour la totalit de l'image. De nouveau, nous voyons le rle crucial jou par l'chelle l . Pour des chelles plus petites que l , $\langle (\Delta u_R)^3 \rangle < 0$ comme c'est le cas en turbulence 3D, et l'nergie est transfre vers les chelles plus petites o elle est dissipe. Une zone de proportionnalit avec r est noter, comme prdit par Kolmogorov. Pour des chelles plus grandes que l , le transfert d'nergie est positif, vers les chelles plus grandes, suggrant ainsi qu'une cascade d'nergie inverse commence se dvelopper aux grandes chelles. Pour ces chelles grandes, le systme se comporte comme une turbulence en rotation (quasi-2D). Des observations similaires ont t reportes par [12], partir des mesures en 1-point au voisinage d'un tourbillon intense.

Des rsultats similaires sont obtenus pour la cascade d'nstrophie, qui est directe sur une grande gamme d'chelles (voir Fig. 9), en complet accord avec l'image fournie par les spectres.

Fig. 10. Fonctions de structure normalisées de la vorticit azimutale ($\square$) : $\langle (\Delta \omega_\theta)^2 \rangle / \langle \omega_\theta^2 \rangle$. La ligne pointille reprsente $\sim \text{Log}(r)$. La ligne continue reprsente le modle $a + b/r$.

3.3 Fonctions de structure d'ordre deux de vorticit

Dans le cadre de la thorie de Kolmogorov, les corrlations de vorticit en deux points devraient dcrotre comme $r^{-4/3}$ dans la zone inertielle. Pourtant, cette loi d'chelles n'a jamais t obtenue partir des donnes exprimentales ou des DNS, dans une turbulence 2D ou 3D. Il a t montr que les fonctions de structure d'ordre deux de vorticit (pour n'importe laquelle de ses trois composantes) ne prsentent pas de lois d'chelles (voir par exemple la figure 1 de [13]).

Les fonctions de structure de second-ordre de la vorticit (azimutale) sont reprsentes sur la figure 10. Elles sont normalises par la variance de vorticit, donc la limite aux grandes chelles est de 2. Deux conclusions sont tirer sur cette figure. La premire est que la longueur de corrlation de la vorticit azimutale est trs grande, et elle est gale l , la largeur des anneaux cohrents de vorticit. Nous reportons ici des statistiques qui sont trs diffrentes de celles usuellement reportes dans la littrature pour la turbulence 3D (e.g. [13]). Notre approche originale est de crer exprimentalement des zones de forte rotation, l'intrieur desquelles la turbulence prsente des proprits 3D. La seconde proprit des SF2 de vorticit est qu'elles prsentent rellement une zone pour laquelle le comportement en chelles est de $\sim \text{Log}(r)$.

Le comportement logarithmique a t galement prdit par [1], dans le contexte de la turbulence strictement 2D. notre connaissance, cette loi n'a pas t confirme directement. Quelques consquences de la loi Log ont t reportes par [10]. Par la suite, nous montrons analytiquement que le comportement en Log(r) est valide dans notre coulement.

En 3D, l'quation de transport (en coordonnes cartesiennes) de l'enstrophie est [13] :

$$\langle \Delta u_1 (\Delta \omega_i)^2 \rangle - 2\nu \frac{\partial}{\partial r} \langle (\Delta \omega_i)^2 \rangle = -2 \langle \omega_i \omega_1^+ u_i^+ - \omega_i^+ \omega_1 u_i \rangle \quad (1)$$

Cette quation a t teste en utilisant des donnes exprimentales dans un sillage [13]. Des mesures avec une

sonde mesurant toutes les composantes de la vorticit ont montr que ces termes sont non-nuls pour des chelles plus petites que 20η , avec un maximum 5η , ainsi soulignant la nature petites-chelles de la vorticit. D'une manire intuitive, ceci est en accord avec la prsence de filaments de vorticit trs intenses, avec un diamtre de $4\text{--}8\eta$. Nous insistons ici sur la diffrence entre notre coulement et d'autres coulements classiques. Dans notre coulement, les anneaux de vorticit « vivant » aux grandes chelles conduisent des corrlations de vorticit aussi grandes que la taille des anneaux.

Retournons maintenant aux calculs. En adoptant la procdure indique dans [1], nous passons dans le systme de rfrence local, et en introduisant le champ de vitesse lagrangien $\vec{v}(t, \vec{x})$, reli la vitesse eulerienne : $\vec{u}(t, \vec{x}) = \vec{v}(t, \vec{x} - \int_0^t \vec{v}(\tau, 0) d\tau)$. L'quation de transport lagrangien de l'enstrophie devient ainsi (en ngligeant les effets visqueux) :

$$\frac{D}{Dt} \langle (\Delta \omega_i)^2 \rangle = \mathcal{F}(r) \quad (2)$$

avec $\mathcal{F}(r) = -2 \frac{\partial}{\partial r_\alpha} \langle \omega_i \omega_\alpha^+ u_i^+ - \omega_i^+ \omega_\alpha u_i \rangle$. Dans un premier temps, nous considrons dans le terme de forage uniquement la composante quasi-continue, agissant aux chelles $r > L$, et en omettant la composante fluctuante du terme de forage. Nous allons ainsi dcrire les corrlations d'enstrophie transportes par un champ de vitesse grandes-chelles, qui est crit par la suite en utilisant l'axisymtrie autour de la direction d'injection Z ($\partial/\partial\theta \equiv 0$) et l'isotropie des petites chelles :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(r) &\simeq -2 \left[\frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \right] \langle \Omega_\theta \omega_r^+ u_\theta^+ - \Omega_\theta^+ \omega_r u_\theta \rangle \\ &= -2 \left[\frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \right] [\Omega_\theta \langle \omega_r^+ u_\theta^+ \rangle - \Omega_\theta^+ \langle \omega_r u_\theta \rangle] \\ &\simeq -2 \left[\frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \right] [\Omega_\theta \langle \omega_\theta^+ u_r^+ \rangle - \Omega_\theta^+ \langle \omega_\theta u_r \rangle] \end{aligned} \quad (3)$$

Avec ces approximations raisonnables, $\mathcal{F}(r)$ peut tre calcule facilement partir de nos mesures 2D de champ de vitesse. Le comportement de ce terme de forage, qui n'est pas montr ici, est plutt concentr aux grandes chelles, plus grandes que la zone inertielle, laquelle nous nous intressons. Ce comportement est galement particulier notre coulement, pour lequel la vorticit moyenne et l'tirement moyen sont prsents aux grandes chelles. Ce terme est ainsi ngligeable pour les petites chelles. Dans le domaine des grandes chelles, il se comporte comme $\mathcal{F} \approx \left[\frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \right] \text{Log}(r) \simeq \frac{1}{r} + \frac{\text{Log}(r)}{r}$.

Dans le contexte de l'isotropie locale, l'enstrophie totale peut tre crite comme :

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \omega_i)^2 \rangle &= \langle (\Delta \omega_r)^2 \rangle + 2 \left[1 + \frac{r}{2} \frac{\partial}{\partial r} \right] \langle (\Delta \omega_r)^2 \rangle \\ &= \left[3 + r \frac{\partial}{\partial r} \right] \langle (\Delta \omega_r)^2 \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

La relation entre le temps et la distance reste, dans notre coulement, comme dans le cas 2D : $r \exp(St) = L$, o S

est l'étirement moyen du champ de vitesse dans le plan X, Z . Notons ici que cette hypothèse est uniquement valable dans le cas de notre écoulement axisymétrique. Avec ces considérations, nous allons de plus supposer que $\mathcal{F}(r)$ agit uniquement pour des échelles plus grandes que L , et qu'elle est constante à ces échelles. C'est la procédure abordée par [1]. Ainsi, l'équation (2) conduit à

$$\langle(\Delta\omega_i)^2\rangle \simeq \tau^* \cdot C \simeq C \frac{1}{S} \text{Log} \left(\frac{L}{r} \right) = C_1 + C_2 \text{Log}(r) \quad (5)$$

Ici, C , C_1 et C_2 sont des constantes et nous sommes uniquement intéressés dans les lois d'échelles de la ZI.

Notre équation (5) est équivalente avec l'équation (11) de [1]. Le temps τ^* est le temps nécessaire à la distance moyenne entre deux points pour croître de r à L . La solution de (5) conduit à $\langle(\Delta\omega_i)^2\rangle \propto a + b \text{Log}(r)$ et finalement

$$\langle(\Delta\omega_\theta)^2\rangle \propto a + b \text{Log}(r) \quad (6)$$

avec a et b constantes. Le comportement prédit par notre relation (6) est partiellement vérifié par les données expérimentales, comme il est montré sur la figure 10. La relation (6) correspond à un spectre énergétique $E(k) \propto k^{-3}$. Une meilleure description du comportement en échelles des fonctions de structure d'ensrophie est obtenue en tenant compte du forçage d'ensrophie à chaque échelle. Ce travail n'est pas reporté ici.

4 Conclusions

Nous avons montré que la création de structures tourbillonnaires annulaires conduit à une structure particulière de la turbulence aux petites échelles. Le résultat le plus important est que le champ de vorticit prsente une longueur de corrlation qui est aussi grande que la taille des anneaux de vorticit. Les grandes chelles de l'coulement prsentent des proprits similaires la turbulence quasi-2D (cascade d'nergie et d'ensrophie inverses), alors que les chelles plus petites sont 3D (cascades d'nergie et d'ensrophie directes). En considrant l'effet des grandes chelles, i.e. de la vorticit moyenne, sur le champ de vorticit, il est possible

d'expliquer le comportement dans la ZI des fonctions de structure d'ordre deux, ainsi que leur variation en chelles. Cette question est importante afin de mieux comprendre et quantifier l'intermittence aux petites chelles des coulements turbulents.

Rfrences

- [1] G. Falkovich, V. Lebedev, Nonlocal vorticity cascade in two dimensions, *Phys. Rev. E* 49 (1994) 1800–1803
- [2] B. Sahr, M. Birouk, I. Gkalp, An attempt to realize experimental isotropic turbulence at low reynolds numbers, *Flow, Turbulence and Combustion* 70 (2003) 325–348
- [3] W. Hwang, J.K. Eaton, Creating an homogeneous and isotropic turbulence without a mean flow, *Exp. Fluids* (2003) online
- [4] J.F. Krawczynski, B. Renou, L. Danaila, F.X. Demoulin Small-scale measurements in a partially stirred reactor (pasr), *Exp. Fluids* 40 (2006) 667–682
- [5] S. Goto, S. Kida, Enhanced stretching of material lines by antiparallel vortex pairs in turbulence, *Fluid Dynamics Research* 33 (2003) 403–431
- [6] M. Hossain, Inverse energy cascades in three dimensional turbulence, *Phys. Fluids B* 3 (1991) 511–514
- [7] M. Hossain, Reduction of the dimensionality of turbulence due to a strong rotation, *Phys. Fluids* 6 (1994) 1077–1080
- [8] S.D. Danilov, D. Gurarie, Quasi-two-dimensional turbulence, *Physics-Uspekhi* 43 (2000) 863
- [9] R.H. Kraichnan, Inertial-range transfer in two-and three-dimensional turbulence, *J. Fluid Mech.* 47 (1971) 525
- [10] J. Paret, M.-C. Jullien, P. Tabeling, Vorticity statistics in the two-dimensional enstrophy cascade, *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 3418
- [11] E. Lindborg, Can the atmospheric kinetic energy spectrum be explained by two-dimensional turbulence? *J. Fluid Mech.* 388 (1999) 259
- [12] F. Chill, C. Simand, J.F. Pinton, Inhomogeneous turbulence in the vicinity of a large-scale coherent vortex, *Europhys. Lett.* 49 (2000) 336
- [13] R.A. Antonia, M. Ould-Rouis, Y. Zhu, F. Anselmetti, Transport of turbulent vorticity increments, *Phys. Rev. E* 57 (1998) 5483