Relaxation de contraintes et fissurations induites par une redistribution d'eau en milieu biphasique élastique

IBRAHIM MRANI¹ ET JEAN-CLAUDE BÉNET^{2,a}

¹ Faculté des sciences, département de physique, El Jadida, Maroc

² Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université de Montpellier II, Cc 48, 34095 Montpellier Cedex 5, France

Reçu le 5 décembre 2003, accepté le 5 décembre 2004

Résumé – À partir d'un modèle de transport d'eau en milieu biphasique et élastique [I. Mrani, J.-C. Bénet, G. Fras, Transport of water in a biconstituant elastic medium, Appl. Mech. Rev., special issue on Mechanics of swelling 48 (1995) 717–721], on examine dans cette étude les risques de fissurations induites par la redistribution d'eau dans un échantillon de forme cylindrique après séchage. La résolution numérique de l'équation de transport de l'eau et de l'équation d'équilibre mécanique donnent accès à l'évolution de la teneur en eau, de la déformation et des contraintes dans le milieu. On s'intéressera à l'état du matériau pendant les phases de séchage, de refroidissement et de stockage. À l'issue de cette étude, les risques de fissuration sont analysés pour différents scénarios de séchage, qui déterminent l'évolution de l'état hydrique pendant le stockage.

Mots clés : Milieu déformable / transport d'eau / déformations / contraintes / fissurations / simulation numérique

Abstract – **Stress relaxation and cracking induced by a water redistribution in elastic biphasic medium.** From a model of transport of water in elastic medium [I. Mrani, J.-C. Bénet, G. Fras, Transport of water in a biconstituant elastic medium, Appl. Mech. Rev., special issue on Mechanics of swelling 48 (1995) 717–721] the risk of craking induced by the water redistribution in a cylinder sample after drying is analysed. The numerical resolution of the transport equation of water and the mechanical equilibrium equation give access to the evolution of the water content, the deformation and the stresses in the medium. One will take interest in the state of material during drying, cooling and storage phases. At the end of this study, the risks of cracking are analyzed for various configurations of drying wich determine the hydrous state evolution during storage.

Key words: Deformable medium / water transport / deformations / stresses / cracking / numerical simulation

1 Introduction

La phase de séchage d'un matériau est accompagnée le plus souvent par une phase de retour de la température ambiante et une phase de stockage au cours de laquelle le matériau est conditionné de façon à ce qu'aucun échange hydrique ou thermique avec l'extérieur ne se produise. Pendant la phase de séchage, le départ d'eau est accompagné de contraintes, qui dans le cas où elles dépassent les contraintes de rupture du matériau provoquent sa fissuration. Pendant les phases de refroidissement et de stockage, il peut y avoir modification des contraintes sous l'action de la redistribution de la teneur en eau ce qui crée des zones de tensions dans le milieu pouvant à leurs tours être à l'origine de fissurations.

À partir d'un modèle existant [1,2], on se propose de décrire et prévoir le phénomène de la fissuration du milieu au cours du séchage et de la phase de stockage. L'analyse de la dégradation du matériau est basée sur l'étude de la redistribution des profils de teneur en eau en fin de séchage et la relaxation des contraintes qui en découle.

L'étude est divisée en deux parties :

- Dans une première partie, on présente l'étude expérimentale des propriétés hygroscopiques, des propriétés de transport d'eau et des propriétés mécaniques du matériau utilisé et ce en fonction de l'évolution de la température et de la teneur en eau. Le matériau utilisé est une pâte alimentaire diphasique.
- Dans la deuxième partie, on aborde la simulation numérique du séchage d'un cylindre en utilisant différents diagrammes de séchage. L'analyse de ces

^a Auteur correspondant : benet@lmgc.univ-montp2.fr

Nomenclature

β	Coefficients d'expansion hydrique
β_n	n ème caractéristique des fonctions de Bessel de première espèce et d'ordre 0
δ_{ij}	Tenseur unité
ϵ_{ij}	Tenseur des déformations
λ et μ	Coefficients de Lamé Pa
ρ_e^*	Masse volumique de l'eau = 10^3 kg.m^{-3}
ρ_s	Masse volumique apparente du solide kg.m^{-3}
$\sigma_{\theta\theta}$	Contrainte circonférentielle Pa
σ_{ij}	Tenseur des contraintes Pa
σ_{rr}	Contrainte radiale Pa
σ_{rz}	Contrainte de cisaillement Pa
σ_r	Contrainte à la rupture Pa
σ_{zz}	Contrainte axiale Pa
$\vec{n}$	Vecteur normal aux frontières externes du milieu
a_w	Activité de l'eau $a_w = HR/100$
D	Coefficient de diffusion de l'eau $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
E	Module de Young Pa
$h(t)$	Hauteur de l'élément cylindrique à l'instant t m
HR	Humidité relative de l'air %
J	Flux radial de transport de l'eau $\text{kg.m}^2.\text{s}^{-1}$
K	Coefficient de compressibilité Pa
$R(t)$	Rayon du cylindre à l'instant t m
R_c	Rayon du cylindre de matériau m
u_r et u_z	Déplacements radial et axial m
w	Teneur en eau
w^0	Teneur en eau initiale
w_e	Teneur en eau à l'équilibre
w_{surf}	Teneur en eau à la surface du milieu

rsultats permettra de conclure sur les risques de fissuration pendant le schage et lors du stockage.

Les variables d'tat utilises par la suite sont la teneur en eau w et le tenseur des dformations ϵ_{ij} .

2 quations du modle

On adopte une description macroscopique o le milieu est considr comme la superposition de deux milieux continus interagissant entre eux : le squelette solide et le liquide qui « diffuse » l'intrieur du solide. Le modle est dvelopp dans le cadre des hypothses suivantes :

- le milieu est biphasique sans apparition de phase gazeuse ;
- le squelette solide est isotrope, lastique dans le cadre de dformations infinitsimales ;
- la temprature est uniforme et constante ;
- le matriau est inerte et ne donne lieu aucune raction chimique.

2.1 quation de transport de l'eau

Le modle est limit ici au cas d'une gomtrie cylindrique de longueur infinie par rapport son rayon r . le transport d'eau s'effectue essentiellement dans le sens radial du milieu. Dans ces conditions, l'quation de transport d'eau s'crit [3] :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (1)$$

2.2 quations d'tat et d'quilibre

Les quations d'tat dfinissent le comportement mcanique du matriau au cours d'une transformation

quelconque. Autour d'un état de référence, l'évolution incrémentale du tenseur de contrainte σ_{ij} est définie en fonction des variations incrémentales des variables d'état, la teneur en eau w et le tenseur de déformations ϵ_{ij} [3] :

$$\delta\sigma_{ij} = \lambda\delta(tr\epsilon)\delta_{ij} + 2\mu\delta\epsilon_{ij} - 3K\beta\delta w\delta_{ij} \quad (2)$$

où $\delta\Psi$ désigne une variation incrémentale de la grandeur Ψ .

La conservation de la quantité de mouvement totale du milieu durant des transformations quasi-statiques, dans lesquelles la gravité et les accélérations du liquide et du solide sont négligées, se traduit par l'équation d'équilibre :

$$\text{div } \sigma_{ij} = 0 \quad (3)$$

3 Étude expérimentale des propriétés physiques et mécaniques du matériau

3.1 Isotherme de désorption

Les expériences consistent à réaliser des équilibres thermodynamiques dans une enceinte régulée en température et en humidité. Les équilibres couvrent une plage de température allant de 30 °C à 90 °C et une plage d'humidité relative allant de 40 % à 90 %. L'exploitation des différents résultats obtenus a permis d'obtenir les isothermes de désorption de la figure 1. Une modélisation de ces courbes est donnée par l'équation suivante :

$$w = (p_1 T + p_2) \left[\frac{a_w}{1 - a_w} \right]^{(p_3 T + p_4)} \quad (4)$$

$$p_1 = -0,134 \quad p_2 = 15,5 \quad p_3 = 9,55 \times 10^{-3} \quad p_4 = -8,3 \times 10^{-2}$$

où w est la teneur en eau d'équilibre en %.

On notera une grande cohérence des isothermes; ce qui tend à montrer l'homogénéité des échantillons et la fiabilité des techniques expérimentales. Ces isothermes sont conformes aux résultats de la littérature [4].

3.2 Propriétés de retrait

Pour un matériau de structure diphasique (eau + matière solide), l'additivité des volumes conduit à l'expression du coefficient d'expansion hydrique β [5] par :

$$\beta = \frac{1}{3(\alpha + w)}$$

où α est le rapport entre la masse volumique de l'eau et celle du constituant de la phase solide. Dans le cas du matériau utilisé $\alpha = 0,6923$.

La masse volumique apparente de la phase solide s'exprime par :

$$\rho_s = \frac{\rho_e^*}{\alpha + w}$$

Fig. 1. Isothermes de désorption.

3.3 Coefficient de transport de l'eau

Dans le cas de l'hypothèse de faible gradient de w , la solution de l'équation (1) est de la forme [6] :

$$\frac{w - w_e}{w^0 - w_e} = \sum_{n=1}^{+\infty} \left[\frac{4}{\beta_n^2} \exp \left(-\beta_n^2 \frac{Dt}{R_c^2} \right) \right] \quad (5)$$

où w est la teneur en eau moyenne à l'instant t .

Afin de respecter les conditions de validité de (5), à partir d'un état d'équilibre caractérisé par un gradient de w , ρ_s et D très faible, on provoque, par l'intermédiaire d'une atmosphère régulée un échelon de teneur en eau ($w_0 - w_e$) avec $|w_0 - w_e| \ll w_0$. La pesée en continu d'un échantillon de matériau entre deux états d'équilibre w_0 et w_e fournit le coefficient D par l'intermédiaire de (5) limitée au premier ordre. Le coefficient calculé est affecté à la teneur en eau w_0 . La répétition de l'expérience pour des températures comprises entre 30 °C et 90 °C et des teneurs en eau comprises entre 10 % et 40 % conduit à la figure 2, qui montre l'évolution de D en fonction de w .

L'ensemble des expériences réalisées a montré que la diffusivité D varie très peu en fonction de la température. Il a été opté pour un lissage de l'évolution du coefficient D en fonction de la teneur en eau uniquement :

$$D = \frac{p_1 - p_2}{1 + \exp \left(\frac{w - w_0}{dw} \right)} + p_2 \quad (\times 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$$

avec : $p_1 = 0,70805$, $p_2 = 23,007$, $w_0 = 33,529$, $dw = 5,9998$.

Fig. 2. volution du coefficient de diffusion en fonction de la teneur en eau.

3.4 Proprits mcaniques

3.4.1 Dispositif exprimental

Les essais mcaniques ont t raliss sur un rhomtre RHEO TAXT 2/5 de capacit 5 daN (Fig. 3). l'tat initial, les chantillons de section cylindrique sont placs dans l'enceinte A conditionne en temperature T et humidit HR . La valeur de HR est choisie pour amener le produit la teneur en eau souhaite conformment l'isotherme de dsorption (Fig. 1). Cette phase dure environ 24 heures. l'quilibre 10 chantillons sont prlevs, coups et munis de deux embouts mtalliques colls et replacs ensuite dans l'enceinte A. Cette opration dure environ 15 s pour chaque prouvette ralise. Les prouvettes sont maintenues dans l'enceinte A pendant 30 min de faon ce qu'elles reviennent l'quilibre. On effectue ensuite des essais mcaniques sur les 10 prouvettes afin de s'assurer de la rptabilit de l'essai. L'essai mcanique dure de 10 15 s et on peut supposer que les caractristiques hydriques et la temperature ne varient pas au cours de cet essai. Les courbes de traction permettent de dterminer le module d'lasticit et la contrainte de rupture.

3.4.2 Module d'lasticit

Les expriences de chargement mcanique ont t ralises pour des temperatures allant de 50 C 90 C et pour des humidits relatives allant de 40 % 90 %, de faon couvrir une large gamme de teneur en eau. L'exploitation de l'ensemble de ces essais a montr que le module de Young du matriau varie trs peu en fonction de la temperature conformment la littrature [4]. Une courbe moyenne de l'volution de ce coefficient en fonction de la teneur en eau est prsente sur la figure 4. La corrlation mathmatique de l'volution du module de

Young en fonction de la teneur en eau est donne par la sigmode suivante :

$$E = \frac{p_1 - p_2}{1 + \exp\left(\frac{w - w_0}{dw}\right)} + p_2 \quad (\text{GPa})$$

avec : $p_1 = 7,1557$, $p_2 = 0,08067$, $w_0 = 6,0205$, $dw = 4,9237$.

3.4.3 Dtermination de la contrainte la rupture

Les essais mcaniques de traction permettent galement de dterminer la contrainte la rupture de l'chantillon. Cette contrainte est dduite des courbes de chargement qui dfinissent l'volution de la contrainte en fonction de la dformation de l'chantillon. L'ensemble des valeurs montre que celle-ci varie peu en fonction de la temperature. Nous avons prsent son volution en fonction de la teneur en eau sur la figure 5.

La corrlation mathmatique de l'volution de la contrainte la rupture en fonction de la teneur en eau est donne par la sigmode suivante :

$$\sigma_r = \frac{p_1 - p_2}{1 + \exp\left(\frac{w - w_0}{dw}\right)} + p_2 \quad (\text{MPa})$$

avec : $p_1 = 15,159$, $p_2 = 0,3768$, $w_0 = 10,187$, $dw = 4,2057$.

4 Simulation numrique du schage du matriau

4.1 Dfinition du domaine d'tude

Le matriau de gomtrie cylindrique est plac dans une atmosphre schante, rgle en temperature et en humidit relative. tant donn la symtrie axiale et circonferentielle du problme, les quations du modle (1, 2, 3) sont rsolues dans le domaine d'espace $\Omega = [0, R(t)] \times [0, h(t)]$ (Fig. 6).

4.2 Formulation variationnelle de l'quation de transport de l'eau

Le systme d'quations Σ_1 rsoudre est le suivant :

$$\Sigma_1 \begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D \frac{\partial w}{\partial r} \right) = 0 & \text{dans } \Omega \\ J = -D \frac{\partial w}{\partial r} & \text{dans } \Omega \\ w = w_{\text{surf}} & \text{sur } \Gamma_1 \\ w(r, z, t = 0) = w^0 & \text{dans } \Omega \end{cases}$$

o la teneur en eau w_{surf} est impose par l'isotherme de dsorption.

Fig. 3. Schéma de la machine d'essais mécaniques (RHEO TAXT 2/5).

Fig. 4. Évolution du module de Young en fonction de la teneur en eau.

Fig. 5. Évolution de la contrainte à la rupture en fonction de la teneur en eau.

La formulation variationnelle de l'équation de transport de l'eau est de type Galerkin pour laquelle les valeurs virtuelles de w sont prises comme des variations réelles

Fig. 6. Représentation schématique du milieu d'étude.

de w . En utilisant les conditions à la limites en teneur en eau et en flux, on obtient le système différentiel suivant [3] :

$$[\mathbf{M}] \{\dot{\mathbf{w}}\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{w}\} = \{\mathbf{F}\}$$

- $[\mathbf{M}]$ est la matrice de masse contenant les valeurs de ρ_s ;
- $[\mathbf{K}]$ est la matrice de rigidité contenant les valeurs du coefficient de diffusion ;
- $\{\mathbf{F}\}$ est le vecteur forces extérieures contenant les valeurs de la teneur en eau à la surface ;
- $\{\mathbf{w}\}$ est le vecteur contenant les valeurs nodales de la teneur en eau et $\{\dot{\mathbf{w}}\}$ sa dérivée partielle par rapport au temps.

4.3 Formulation variationnelle de l'quation d'quilibre mcanique

Le problme mcanique est rduit au systme d'quations aux drives partielles suivant :

$$\Sigma_2 \begin{cases} \operatorname{div}(\sigma_{ij}) = 0 & \text{dans } \Omega \\ \sigma_{ij} \vec{n} = 0 & \text{sur } \Gamma_1 \text{ et } \Gamma_2 \\ u_r(0, z, t) = 0 & \text{sur } \Gamma_3 \\ u_z(r, 0, t) = 0 & \text{sur } \Gamma_0 \\ u_r(r, z, t = 0) = u_z(r, z, t = 0) = 0 & \text{dans } \Omega \end{cases}$$

Dans le cadre des dformations infinitsimales, le tenseur de dformation de Green-Lagrange ϵ_{ij} est dfini par ses composantes :

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad \epsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad \epsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)$$

Le tenseur des contraintes σ_{ij} est li au tenseur des dformation ϵ_{ij} par l'quation (2).

La formulation variationnelle du systme Σ_2 est de type dplacements. Les grandeurs qui interviennent dans le problme d'quilibre sont des dplacements virtuels aux nuds. La formulation variationnelle associe l'quation d'quilibre (3) est de type Galerkin, pour laquelle les dplacements virtuels sont dfinis comme des variations des dplacements rels [3]. Comme pour l'quation de transport de l'eau, la discrtisation du systme variationnel li au systme Σ_2 permet d'avoir le systme matriciel suivant :

$$[\mathbf{K}] \{\mathbf{u}_n\} = \{\mathbf{F}\}$$

- $[\mathbf{K}]$ est la matrice de rigidit contenant les valeurs du module d'lasticit aux nuds ;
- $\{\mathbf{F}\}$ est le vecteur forces extrieures contenant les variations nodales de la teneur en eau δw ;
- $\{\mathbf{u}_n\}$ est le vecteur dplacements nodaux.

Les deux systmes d'quations Σ_1 et Σ_2 sont rsolus en utilisant la bibliothque modulaire d'lments finis, MODULEF [7].

5 Simulation numrique et discussion

5.1 Conditions aux limites – Diagrammes de schage

La simulation numrique porte sur trois diagrammes de schage qu'on dnomme D1, D2 et D3, pour des chantillons de diamtre initial $R_c = 1,7$ mm. On analysera l'influence de l'humidit relative (HR) sur l'volution des contraintes de schage. Pour les trois diagrammes, l'volution de la temprature donne sur la figure 7 est identique. La donne chaque instant du couple (T, HR) permet de calculer la teneur en eau d'quilibre w_e la surface par l'quation (4). La figure 8 donne l'volution de la teneur en eau d'quilibre la surface du matriau. Ces courbes sont utilises comme conditions la limite

Fig. 7. volution de la temprature au cours d'un cycle de schage

Fig. 8. volution de la teneur en eau la surface du matriau.

pour le calcul des profils de teneur en eau dans le milieu. La phase de schage correspond l'intervalle de temps $[0, 10]$ h, la phase de refroidissement correspond l'intervalle $[10, 11]$ h et la phase de stockage correspond $t > 11$ h.

5.2 volution de la teneur en eau

La symtrie axiale du problme de transport de l'eau impose que la teneur en eau varie uniquement en fonction de r (Fig. 6). Les profils de teneur en eau sont reprsents pour les diagrammes de schage D1, D2 et D3 sur les figures 10–12. Sur ces figures, l'axe des abscisses reprsente le rayon r (mm) et l'axe des ordonnes reprsente la teneur en eau w (%). Ces figures montrent que pour les trois diagrammes de schage, les profils de teneur en eau ne sont pas encore stabiliss la fin du cycle de schage. On remarque qu'une teneur en eau uniforme n'est atteinte que pendant la phase de stockage, environ 3 h aprs la fin du schage. La valeur atteinte est d'environ 12,5 %. On

Fig. 9. Schématisation des deux modes de fissuration.

peut également constater sur ces figures la contraction du matériau qui passe d'un diamètre de 1,7 mm en début de séchage à un diamètre égal à 1,54 mm pendant la phase de stockage.

5.3 Évolution des contraintes

La symétrie axiale du problème implique que le retrait se produit de façon linéaire dans le sens de l'axe du cylindre, et de ce fait, les contraintes axiales σ_{zz} et les contraintes de cisaillement σ_{rz} sont nulles. Notre intérêt se porte sur la contrainte radiale σ_{rr} (contrainte normale sur une facette normale à l'axe $o\vec{r}$) de la figure 6 et la contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ (contrainte normale sur une facette du plan $(o, \vec{r}, \vec{z})$) de la figure 6.

On a présenté sur les figures 13 à 18 l'évolution de ces contraintes, pour les trois diagrammes de séchage D1, D2 et D3, en comparaison avec la contrainte de rupture σ_r dont l'évolution en fonction de w est donnée sur la figure 5. Sur ces figures, S_r représente la contrainte de rupture, S_{rr} la contrainte σ_{rr} et $S_{\theta\theta}$ la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$.

Deux modes de fissuration sont généralement observés (Fig. 9) sous l'action des contraintes σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$. Ce sont ces deux modes qui sont analysés par la suite.

5.3.1 Diagramme D1

Pendant toute la phase de séchage (Figs. 13a à 13c et 14a à 14c) les contraintes $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{rr} restent inférieures à la contrainte de rupture σ_r en traction. Il n'y a donc pas de risque de fracture pendant cette phase. À la fin de la phase de refroidissement (Figs. 13d et 14d), les contraintes se rapprochent de la contrainte de rupture au centre sans toutefois la dépasser. La contrainte σ_{rr} reste en traction sur tout le cylindre alors que pour la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ on remarque une zone de traction dans la zone centrale et une zone de compression dans la partie périphérique du matériau.

L'examen des figures 13e et 14e fait apparaître un dépassement de la contrainte de rupture au centre de l'échantillon sur les deux contraintes qui peut provoquer une fissure de type présenté sur la figure 9a. Toutefois, plus tard pendant la période de stockage (Figs. 13f et 14f) les contraintes tendent à repasser au-dessous de la valeur

Fig. 10. Évolution des profils de teneur en eau du diagramme D1.

Fig. 11. Évolution des profils de teneur en eau du diagramme D2.

Fig. 12. Évolution des profils de teneur en eau du diagramme D3.

critique. En résumé, pour le diagramme D1, un risque de fissuration à cœur apparaît 3 h après le début du stockage mais l'état des contraintes tend à se stabiliser au-dessous de la valeur critique par la suite, limitant ainsi la propagation de la fissure. Au moment le plus critique, après 3 h de stockage, la zone de compression qui apparaît en périphérie pour la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ s'étend jusqu'à environ un rayon de 0,25 mm. Cette zone tend à limiter le développement des fractures et les empêche de déboucher.

5.3.2 Diagramme D2

Au début du séchage (Fig. 16a) on voit apparaître une contrainte de traction $\sigma_{\theta\theta}$ à la surface du matériau. Cette contrainte reste très voisine de la contrainte de rupture. Il y a risque de fissuration en surface du type représenté sur la figure 9b. Cependant le dépassement constaté est très faible et on ne peut affirmer que ce type de fissure va apparaître. Une baisse accidentelle de l'humidité relative de l'air provoquerait certainement une fissuration de surface pendant le séchage pour ce diagramme. À la fin du séchage (Fig. 16c) une zone de traction apparaît dans la

Fig. 13. Évolution de la contrainte radiale σ_{rr} pour le diagramme D1.

zone centrale et la contrainte de rupture est dépassée. La contrainte atteint des valeurs très élevées, environ deux fois la limite de rupture. Pendant la période de stockage ce haut niveau de contrainte se maintient et une fissuration au cœur du produit peut apparaître.

5.3.3 Diagramme D3

Les contraintes pendant la phase de séchage (Figs. 17a à 17c et 18a à 18c) restent très faibles et aucun risque n'apparaît. À la fin de la phase de refroidissement (Figs. 17d et 18d) les contraintes restent inférieures à la contrainte de rupture. Pendant la phase de stockage (Figs. 17e et f et 18e et f) la contrainte radiale vient tangenter la contrainte de rupture au voisinage du centre sans toutefois la dépasser, il est de même de la contrainte tangentielle $\sigma_{\theta\theta}$. Ces figures montrent que non seulement les valeurs critiques ne sont pas atteintes mais que de plus (Figs. 18e et 18f) une zone de compression à la surface limiterait la propagation des fissures.

Fig. 14. Évolution de la contrainte tangentielle $\sigma_{\theta\theta}$ pour le diagramme D1.

Il apparaît à l'analyse des résultats que :

- Le diagramme D2 peut conduire à une fissuration de surface pendant le séchage et très certainement à la propagation d'une fissure centrale lors de la phase de stockage.
- Le diagramme D3 semble ne pas présenter de risque de fissuration.
- Le diagramme D1 présente une situation intermédiaire : la fissure semble exister cependant elle est contenue par la zone de compression périphérique et les risques de fissuration diminuent au cours du temps. Cependant toute manipulation du produit peut provoquer la rupture.

6 Conclusion

L'analyse des différentes simulations a permis de donner une explication cohérente du développement des fissures dans des matériaux pendant les processus de séchage, de refroidissement et de stockage. L'augmentation des niveaux de contraintes pendant la phase de

Fig. 15. volution de la contrainte radiale σ_{rr} pour le diagramme D2.

Fig. 16. volution de la contrainte tangentielle $\sigma_{\theta\theta}$ pour le diagramme D2.

stockage est la consquence de la redistribution des profils de teneur en eau non stabiliss la fin du schage. Cette redistribution est accompagne d'une rigidification de la partie centrale du matriau o les contraintes sont maximales. Ceci a pour consquences l'accroissement du niveau des contraintes dans cette partie. Suivant les conditions imposes, ces fissures peuvent dboucher et provoquer une fissure pendant le stockage (diagramme D2) ou fragiliser le produit de telle sorte qu'une trs lgre sollicitation mcanique produise la rupture (diagramme D1). Les simulations numriques ont galement montr qu'un trop faible niveau d'humidit relative peut provoquer une fissuration de surface pendant le schage (diagramme D2).

Les diagrammes de schage tests ont montr la forte sensibilit de l'tat mcanique du produit dans ses diffrentes phases d'laboration, la rgulation des paramtres de schage : la temprature et l'humidit relative. Ceci est une consquence directe des isothermes de dsorption de la figure 1. forte humidit relative (autour de 90 %) et quelle que soit la temprature, une trs faible variation de l'humidit de l'air provoque une trs forte variation de la teneur en eau la surface ce qui

induit des modifications importantes de la redistribution de l'eau dans le produit et donc de l'tat des contraintes.

 l'humidit faible les isothermes sont trs sensibles la temprature ; titre d'exemple, 40 % le passage de 30 C 90 C fait passer la teneur en eau de surface de 10 % 3 %. On voit sur la figure 4 que ceci correspond approximativement au doublement du module d'lasticit alors que la contrainte de rupture ne varie pas dans des proportions aussi larges.

La complexit des phnomnes mis en jeu ne peut tre apprhende qu' travers le modle numrique propos. Celui-ci permet de rechercher les conditions optimales de schage, de refroidissement et de stockage qui prservent la qualit du produit.

Remerciements. Ces travaux ont t raliss avec l'appui technique de G. Denaeyer, assistant ingnieur au LMGC (UMR 5508). Ils ont t raliss dans le cadre d'une convention entre le LMGC et la socit Rivoire et Carret Lusturu.

Fig. 17. Évolution de la contrainte radiale σ_{rr} pour le diagramme D3.

Fig. 18. Évolution de la contrainte tangentielle $\sigma_{\theta\theta}$ pour le diagramme D3.

Références

- [1] I. Mrani, J.-C. Bénet, G. Fras, Transport of water in a biconstituent elastic medium, *Appl. Mech. Rev.*, special issue on Mechanics of swelling 48 (1995) 717–721
- [2] I. Mrani, G. Fras, J.-C. Bénet, Numerical study of dehydration stresses in agar gel, *Drying Technology*, special issue Mathema Techniques for the Solution of Dehydration Problems 13 (1995) 551–570
- [3] I. Mrani, Comportement thermo-hygro-mécanique des produits fortement déformables : application à la maîtrise de la qualité lors du séchage, Thèse d'État, Université Cadi Ayyad, Marrakech, Maroc, 1997
- [4] G. Ponsart, Caractérisation expérimentale d'un matériau alimentaire et modélisation des contraintes au cours du séchage : application aux pâtes spaghetti, Thèse, ENSIAA, France, 2002
- [5] I. Mrani, Transport de matière en milieu biconstituant élastique : application au séchage du gel d'agar, Thèse, Université de Montpellier II, France, 1993
- [6] J. Crank, *The mathematics of diffusion*, Oxford University Press, 1970
- [7] M. Bernadou, P.L. George, *Modulef une bibliothèque modulaire d'éléments finis*, Éditions INRIA, France, 1988