

Simulation d'un robot-anguille auto-propulsé par résolution des équations de Navier-Stokes

ALBAN LEROYER^{1,a} ET MICHEL VISONNEAU²

¹ École Centrale de Nantes, Laboratoire de Mécanique des Fluides, UMR CNRS 6598, Équipe Modélisation Numérique, 1 rue de la Noë, BP 92101, 44321 Nantes Cedex 3, France

² CR1 CNRS, HDR, École Centrale de Nantes, Laboratoire de Mécanique des Fluides, UMR CNRS 6598, Équipe Modélisation Numérique, 1 rue de la Noë, BP 92101, 44321 Nantes Cedex 3, France

Reçu le 17 décembre 2004, accepté le 13 octobre 2005

Résumé – Cet article a pour objectif premier d'exposer les méthodes numériques liées au mouvement de corps mises en œuvre au sein d'un code de simulation d'écoulements turbulents de fluides visqueux incompressibles. Une des particularités est de pouvoir traiter, outre les solides classiques, des corps déformables à déformation imposée. On détaillera les techniques utilisées concernant la résolution des équations du mouvement (paramétrage, utilisation d'un quaternion), la gestion du maillage (lié au mouvement et à la déformation des corps) et le couplage écoulement-mouvement. La deuxième partie sera consacrée à la présentation des travaux effectués dans le cadre du Projet Interdisciplinaire de Recherche CNRS *ROBEA* visant à concevoir un robot-anguille autopropulsé à locomotion anguilliforme. Les résultats des premiers calculs tridimensionnels recensés couplant la résolution de l'écoulement par les équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds avec le Principe Fondamental de la Dynamique appliqué au corps à déformation imposée seront ainsi exposés.

Mots clés : Solveur Navier-Stokes / principe fondamental de la dynamique / couplage écoulement-mouvement / biomimétisme / biohydrodynamique / remaillage analytique

Abstract – **Simulation of a self-propelled eel-robot by using Navier-Stokes equations.** This paper firstly aims at explaining numerical methods to achieve the integration of body motion into a Navier-Stokes solver. One of the peculiar features is to be able to deal not only with classical solids but also with flexible bodies (with an imposed deformation). One gives details concerning the resolution of the Newton's law (parameterization, use of quaternions to describe rotations), the regridding strategies linked to body motion and deformation and of the fluid-motion coupling methods. In the second part, the studies performed in the framework of the CNRS Project named *ROBEA* will be presented. This project aims at designing an efficient flexible underwater robot based on fish-like locomotion. The results of the first tridimensional simulations coupling a CFD code and the resolution of the Newton's law for a flexible body are shown.

Key words: Navier-Stokes solver / Newton's law / fluid-motion coupling / biomimesis / biohydrodynamics / analytical regridding

1 Introduction

Durant les deux dernières décennies, les avancées réalisées dans les domaines tels que la modélisation de la turbulence, la génération de maillages et la résolution des grands systèmes linéaires, ont permis d'aboutir à des codes de calculs de plus en plus généraux, robustes et fiables. Évidemment, cela aurait été vain

(voire impossible) sans le développement exceptionnel des moyens de calcul et de stockage tant dans le domaine des super-calculateurs que des simples PC. La maturité atteinte par les algorithmes de résolution permet aujourd'hui d'enrichir les solveurs Navier-Stokes en y intégrant et en couplant de nouveaux phénomènes physiques : écoulements multi-phases, écoulements cavitants, couplage fluide-structure, ... La simulation d'écoulements autour de corps en mouvement fait partie de ces nouvelles fonctionnalités. Outre les solides indéformables

^a Auteur correspondant : Alban.Leroy@ec-nantes.fr

Nomenclature

$A(s)$	Amplitude de courbure, en m^{-1}
$\vec{\mathcal{A}}$	Résultante dynamique, en N
c_F, c_T	Courbure des lois de déformation imposées, en m^{-1}
$\mathbb{I}(O_1, S)$	Matrice d'inertie du système déformable en O_1
k_p	Coefficient de pondération pour le remaillage analytique
k_X	Coefficient de relaxation pour le remaillage analytique
$\mathbf{Q}$	Quaternion d'orientation
M_S	Masse du système
R_T	Rayon de courbure pour les lois de virage, en m
T	Période, en s
$\vec{V}$	Vecteur vitesse, en m.s^{-1}
(α, β, γ)	Coordonnées du vecteur rotation instantané dans la base $\mathcal{B}_0$
(q_0, q_1, q_2, q_3)	Coordonnées du quaternion d'orientation dans la base $\mathcal{H}_0$
$\{\vec{R}, \vec{\mathcal{M}}_{O_1}\}$	Résultante et moment du torseur d'efforts extérieurs en O_1
α_T	Coefficient de transition pour les lois de virage
$\vec{\delta}$	Moment dynamique, en N.m
λ	Longueur d'onde, en m
$\vec{\Omega}$	Vecteur rotation instantanée, en rad.s^{-1}

« classiques » qui permettent par exemple d'envisager des applications hydrodynamiques comme la tenue à la mer et le slamming, le couplage des équations de Navier-Stokes avec le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) a été étendu aux corps déformables à déformation imposée. Cette particularité a ouvert la voie au biomimétisme, i.e. à l'étude des solutions développées par les espèces vivantes au cours de leur évolution.

Dans ce sens, un Projet Interdisciplinaire de Recherche (P.I.R.), initié en 2003 par le CNRS et nommé *ROBEA*, a pour objectif de concevoir et de réaliser un robot-anguille autopropulsé à locomotion anguilliforme. Suite à des premiers calculs validant les méthodes numériques employées et démontrant la capacité du code à reproduire la fonction locomotrice d'un poisson en imposant uniquement la forme de celui-ci au cours du temps, l'Équipe Modélisation Numérique a été intégrée dans ce P.I.R. Les simulations ont pour objectif final de réaliser un modèle de contact fluide-structure, c'est-à-dire une fonction de transfert simplifiée *cinématique* $\rightarrow$ *action du fluide*. Les différents modes de nages testés vont servir à caler ce modèle qui sera utilisé en temps réel pour la commande du robot.

2 Présentation du code de calcul

Le code ISIS est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds (RANSE) sous une forme fortement conservative. Il repose sur une méthode de volumes finis généralisée à des maillages non structurés composés de volumes polyédriques arbitraires.

Le champ de vitesse est obtenu à partir des équations de conservation de quantité de mouvement et la pression est déterminée selon la contrainte d'incompressibilité transformée en équation de pression. Le couplage vitesse-pression est assuré par un algorithme de type SIMPLE. L'ensemble des variables est stocké aux centres des volumes de contrôle. Les intégrales de volume et de surface sont évaluées par des approximations précises au second ordre. La discrétisation temporelle pour les calculs instantanés est une méthode du deuxième ordre décentrée à deux pas de temps. Les calculs multiprocesseurs sont gérés par MPI.

Différents modèles de turbulence (loi de paroi et proche paroi) sont disponibles, allant de modèles basés sur le concept de viscosité turbulente (fermetures à une ou deux équations) jusqu'à des modèles de fermeture au second ordre, reposant sur la résolution des équations de transport des contraintes de Reynolds. ISIS offre aussi la possibilité de simuler des écoulements avec surface libre [1]. Ils sont gérés par une méthode de capture d'interface. L'ensemble des deux phases est vu comme un fluide unique dont les propriétés varient avec un taux de présence.

Le solveur Navier-Stokes a été étendu pour simuler les mouvements 3D d'un nombre quelconque de corps indéformables (solides) mais aussi déformables à déformation imposée (la forme du corps est alors imposée au cours du temps). Pour chaque corps, le mouvement peut être :

- imposé en donnant explicitement la loi d'évolution de la position du corps

- résolu à chaque pas de temps par couplage du calcul fluide et du Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) appliqué au corps. On impose alors uniquement le torseur cinématique initial du corps et éventuellement des actions mécaniques extérieures (autres que celles exercées par le fluide). Nous avons également la possibilité de bloquer ou d'imposer le mouvement de certains degrés de liberté, ce qui permet de gérer d'éventuelles liaisons.

3 Description des méthodes numériques

3.1 Résolution du PFD

L'objectif est de calculer la cinématique d'un corps (solide ou déformable à déformation imposée) au cours du temps, en fonction des efforts qui s'exercent sur celui-ci.

Comme tout problème de mécanique du solide, la première étape consiste à définir le repère de référence $\mathcal{R}_0 = (O_0, \beta_0)$, ici lié à l'espace physique de calcul, considéré comme Galiléen. L'origine du repère O_0 est fixée au centre de gravité du corps à l'instant initial. On définit ensuite un repère $\mathcal{R}_{1ref}$ confondu avec le repère $\mathcal{R}_0$ dans lequel on va donner la forme souhaitée au corps. Le corps déformé étant lié au repère $\mathcal{R}_{1ref}$, on définit à chaque instant un mouvement rigidifiant qui va déplacer le repère $\mathcal{R}_{1ref} = \mathcal{R}_0$ en un nouveau repère $\mathcal{R}_1$ (voir Fig. 1). Les paramètres du mouvement sont alors donnés par la transformation $\mathcal{R}_0 \rightarrow \mathcal{R}_1$ (position et orientation).

Considérons alors un corps défini par le domaine $\mathcal{D}_t$. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à ce système donne les deux équations vectorielles (1) et (2), où $G(t)$ représente le centre de gravité du système, $\vec{R}$ la résultante des efforts extérieurs et $\vec{M}_{O_1}$ le moment en O_1 .

Théorème de la résultante dynamique

$$\overrightarrow{A(S/\mathcal{R}_0)} = \frac{d}{dt} \bigg|_{\mathcal{R}_0} \iiint_{\mathcal{D}_t} \rho \overrightarrow{V(M, S/\mathcal{R}_0)} dv = \vec{R} \quad (1)$$

Théorème du moment dynamique écrit en O_1

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\delta(O_1, S/\mathcal{R}_0)} &= \frac{d}{dt} \bigg|_{\mathcal{R}_0} \iiint_{\mathcal{D}_t} \overrightarrow{O_1 M} \wedge \rho \overrightarrow{V(M, S/\mathcal{R}_0)} dv \\ &\quad + \overrightarrow{V(O_1/\mathcal{R}_0)} \wedge M_S \overrightarrow{V(G(t)/\mathcal{R}_0)} = \vec{M}_{O_1} \end{aligned} \quad (2)$$

Pour se ramener à un système d'équations fonction des paramètres de la transformation $\mathcal{R}_0 \rightarrow \mathcal{R}_1$, on décompose la vitesse de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(M, S/\mathcal{R}_0)} &= \overrightarrow{V(M, S/\mathcal{R}_1)} + \underbrace{\overrightarrow{V(O_1/\mathcal{R}_0)} + \overrightarrow{\Omega_0^1} \wedge \overrightarrow{O_1 M}}_{= \overrightarrow{V(M, \mathcal{R}_1/\mathcal{R}_0)}} \\ &= \overrightarrow{V(M, \mathcal{R}_1/\mathcal{R}_0)} \end{aligned}$$

Remarque : $\overrightarrow{V(M, S/\mathcal{R}_1)}$ qui exprime la vitesse d'un point matériel M de S par rapport au repère $\mathcal{R}_1$ est

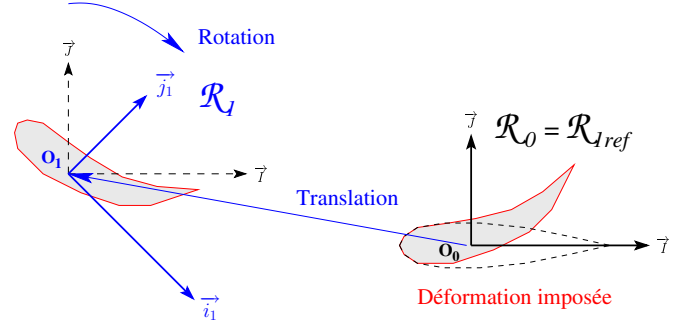


Fig. 1. Décomposition déformation-déplacement.

connue, puisqu'elle dépend uniquement de la déformation du corps.

On obtient alors les deux équations couplées (3) et (4), dans lesquelles M_S et $\mathbb{I}(O_1, S)$ désignent respectivement la masse (constante) et la matrice d'inertie en O_1 du système.

$$\frac{d\overrightarrow{V(O_1/\mathcal{R}_0)}}{dt} \bigg|_{\mathcal{R}_0} + \frac{d\overrightarrow{\Omega_0^1}}{dt} \bigg|_{\mathcal{R}_0} \wedge \overrightarrow{O_1 G} = \frac{\vec{R}}{M_S} - \frac{\vec{S}_{Res}}{M_S} \quad (3)$$

$$M_S \overrightarrow{O_1 G} \wedge \frac{d\overrightarrow{V(O_1/\mathcal{R}_0)}}{dt} \bigg|_{\mathcal{R}_0} + \mathbb{I}(O_1, S) \frac{d\overrightarrow{\Omega_0^1}}{dt} \bigg|_{\mathcal{R}_0} = \vec{M}_{O_1} - \vec{S}_I - \vec{S}_{Mom} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } \frac{\vec{S}_{Res}}{M_S} &= \frac{d\overrightarrow{V(G, S/\mathcal{R}_1)}}{dt} \bigg|_{\mathcal{R}_1} + 2 \overrightarrow{\Omega_0^1} \wedge \overrightarrow{V(G, S/\mathcal{R}_1)} \\ &\quad + \overrightarrow{\Omega_0^1} \wedge (\overrightarrow{\Omega_0^1} \wedge \overrightarrow{O_1 G}) \\ \vec{S}_I &= \iiint_{\mathcal{D}_t} \rho (\overrightarrow{O_1 M} \cdot \overrightarrow{\Omega_0^1}) (\overrightarrow{O_1 M} \wedge \overrightarrow{\Omega_0^1}) dv \\ \vec{S}_{Mom} &= \frac{d}{dt} \bigg|_{\mathcal{R}_1} \iiint_{\mathcal{D}_t} \overrightarrow{O_1 M} \wedge \rho \overrightarrow{V(M, S/\mathcal{R}_1)} dv \\ &\quad + 2 \iiint_{\mathcal{D}_t} \rho (\overrightarrow{O_1 M} \cdot \overrightarrow{V(M, S/\mathcal{R}_1)}) \overrightarrow{\Omega_0^1} dv \\ &\quad - 2 \iiint_{\mathcal{D}_t} \rho (\overrightarrow{O_1 M} \cdot \overrightarrow{\Omega_0^1}) \overrightarrow{V(M, S/\mathcal{R}_1)} dv \end{aligned}$$

Remarques :

- la déformation imposée au cours du temps ajoute uniquement les deux termes sources $\vec{S}_{Res}$ et $\vec{S}_{Mom}$ (pour les corps solides, on a $O_1 = G$ et $\overrightarrow{V(M, S/\mathcal{R}_1)} = \vec{0}$),
- le terme $\vec{S}_I$ s'exprime en fonction des moments et des produits d'inertie ainsi que du vecteur rotation,
- les inconnues $\overrightarrow{V(O_1/\mathcal{R}_0)}$ et $\overrightarrow{\Omega_0^1}$ sont résolues en projection sur la base $\mathcal{B}_0$ associée à $\mathcal{R}_0$.

Dans le cadre de cette résolution générale tridimensionnelle, la représentation classique de l'orientation des corps par 3 rotations successives (de type angle d'Euler), notées

Tableau 1. Table de multiplication des quaternions « colonne $\times$ ligne ».

$\times$	e	i	j	k
e	e	i	j	k
i	i	-e	k	-j
j	j	-k	-e	i
k	k	j	-i	-e

(ψ, θ, ϕ) s'est avérée inadaptée du fait de l'existence de configurations singulières pour lesquelles le triplet (ψ, θ, ϕ) n'est pas unique. L'utilisation de l'espace des quaternions $\mathbb{H}$ a permis de s'affranchir de ces problèmes. Celui-ci peut être vu comme une extension à l'espace de la représentation plane des nombres complexes. Cependant, cette extension tridimensionnelle prend la forme d'un espace de dimension 4, alors que les complexes – espace de dimension 2 – ont leur représentation dans le plan lui aussi de dimension 2. Notons (**e**, **i**, **j**, **k**) les vecteurs de base de $\mathbb{H}$. Le tableau 1 lui donne une structure d'algèbre (multiplication associative, distributive par rapport à l'addition et d'élément neutre **e**) non commutative en général. Tout quaternion **x** peut alors s'écrire sous la forme $x_0\mathbf{e} + x_1\mathbf{i} + x_2\mathbf{j} + x_3\mathbf{k}$, avec $(x_0, x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^4$. Il se décompose de manière unique en une partie réelle ($x_0\mathbf{e}$) et une partie pure ($x_1\mathbf{i} + x_2\mathbf{j} + x_3\mathbf{k}$) de dimension 3 isomorphe à l'espace $\mathbb{R}^3$. On remarque d'ailleurs que les produits entre **i**, **j**, **k** sont identiques à ceux obtenus avec le produit vectoriel d'une base orthonormée directe de $\mathbb{R}^3$. On peut montrer qu'à toute rotation d'angle θ et d'axe dirigé par le vecteur unitaire $\vec{u}$ correspond le quaternion unique $\mathbf{q} = \cos(\frac{\theta}{2})\mathbf{e} + \mathbf{u} \sin(\frac{\theta}{2})$ dans la base (**e**, **i**, **j**, **k**) de $\mathbb{H}$. Ce quaternion (et sa dérivée temporelle) peut être mis en relation avec le vecteur rotation instantanée. Cela permet par intégration d'obtenir le quaternion **q** connaissant $\vec{\Omega}$ [2].

En notant (α, β, γ) les coordonnées du vecteur $\vec{\Omega}_0^1$ dans la base $\mathcal{B}_0$, et (q_0, q_1, q_2, q_3) les coordonnées du quaternion d'orientation **Q** dans la base $\mathcal{H}_0$ associée à $\mathcal{B}_0$, on parvient au système (5). L'équation (6) est une équation redondante mais utile pour la résolution numérique.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\alpha & -\beta & -\gamma \\ \alpha & 0 & -\gamma & \beta \\ \beta & \gamma & 0 & -\alpha \\ \gamma & -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (6)$$

3.2 Stratégies de remaillage

Pour intégrer la notion de mouvement dans un code de calcul fluide, il est nécessaire de gérer le déplacement au cours du temps des nœuds du maillage pour conserver un maillage adapté. Trois méthodes sont disponibles et peuvent être utilisées de manière hybride :

- remaillage par une technique de ressorts,

- repositionnement par mouvement en bloc,
- remaillage par pondération analytique.

3.2.1 Remaillage par une technique de ressorts

Cette méthode est basée sur l'analogie aux ressorts. Le maillage est vu comme une pseudo-structure quasi-statique, dans laquelle un ressort linéaire fictif est attaché entre chaque nœud voisin du maillage. Pour améliorer la qualité du maillage et éviter des croisements, des ressorts de torsion fictifs ont été rajoutés [3–5]. Cette analogie conduit à la résolution d'un système dont les inconnues sont le déplacement des nœuds. Cette technique, très générale, permet de retrouver un maillage en conservant les mêmes connectivités des nœuds, après un déplacement quelconque des frontières. L'association des ressorts de compression et de torsion permet de conserver une bonne qualité pour le maillage déformé, même pour des amplitudes relativement importantes. Elle est par contre assez coûteuse en temps de calcul.

3.2.2 Mouvement en bloc

Bien que cette approche ne soit pas, à proprement parler, une technique de remaillage, celle-ci a été intégrée aux stratégies de remaillage car elle participe au même titre que les autres méthodes basées sur une déformation des mailles à retrouver un maillage adapté aux positions des corps mobiles. Ce repositionnement consiste simplement à appliquer à tous les nœuds du maillage le champ de déplacement rigidifiant du corps issu de la résolution du PFD ou d'une loi analytique imposée. Cette technique est applicable uniquement pour l'étude d'un corps unique en milieu infini (uniquement la partie *Déplacement* dans le cas d'un corps déformable). Par contre, elle n'est pas limitée en terme d'amplitude de mouvement.

3.2.3 Remaillage par pondération analytique

L'objectif de cette méthode est d'obtenir un calcul direct sans résolution de système (donc très rapide) dans le cas de mouvements particuliers (mouvement solide et cinématique de type poutre). Elle est issue du mouvement en bloc, mis à part que l'on pondère le déplacement de chaque nœud par un coefficient k_p qui évolue suivant la proximité du corps déplacé. Ce coefficient vaut 1 pour les nœuds du corps considéré, 0 pour les nœuds des autres frontières du domaine de calcul. Pour chaque mouvement de corps, un coefficient est attaché à chaque nœud. Il est obtenu au début du calcul par résolution d'un laplacien sur la configuration de référence. Dans le cas tridimensionnel, les coefficients k_p résolus par le laplacien sont ensuite adaptés par la fonction $k_p \rightarrow k_p^{1/3}$ afin d'éviter une décroissance trop rapide dans l'espace. Cette transformation répartit de manière plus diffuse l'évolution de k_p et améliore ainsi la qualité du maillage obtenu. Dans le

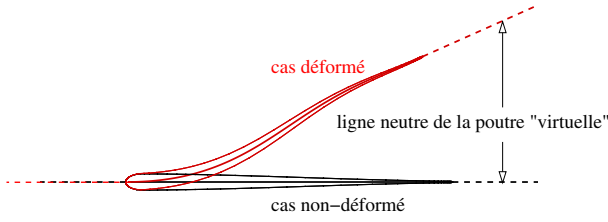


Fig. 2. Définition de la ligne neutre de la poutre « virtuelle ».

cas des mouvements rigidifiants, la pondération s'effectue directement à partir des paramètres de la transformation.

Pour les cinématiques de poutres, la procédure est un peu plus complexe : on définit une poutre « virtuelle » traversant tout le domaine et s'appuyant sur la ligne neutre du corps considéré (Fig. 2).

Dans la configuration de référence, on associe à chaque nœud du maillage la section droite de cette poutre contenant ce nœud. En s'appuyant sur la cinématique des poutres de Bernoulli – les sections transverses restent droites et orthogonales à la ligne neutre –, la pondération du mouvement rigidifiant de chaque section va permettre de repositionner les nœuds du maillage (voir Fig. 3). Plus précisément, à chaque nœud N du maillage tel que $\vec{ON} = \vec{X}_{\text{ref}}$, on va associer une position virtuelle du nœud déformé $\vec{X}_v$ obtenue en pondérant uniquement la rotation $\mathcal{R}_N$ de la section droite à laquelle il appartient par le coefficient de pondération k_p .

On va ensuite relaxer cette position virtuelle avec la position initiale (éventuellement transformée par une rotation adéquate comme nous le verrons par la suite), que nous notons donc $\vec{X}_r$ et non $\vec{X}_{\text{ref}}$. Le coefficient de relaxation, noté k_X est défini par (7)

$$k_X = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}(2k_p - 1)\right) + 1}{2} \quad (7)$$

La position du nœud N dans la configuration déformée, notée $\vec{X}_{\text{def}}$, s'exprime alors par l'équation (8).

$$\vec{X}_{\text{def}} = k_X \vec{X}_v + (1 - k_X) \vec{X}_r \quad (8)$$

La rotation θ_F qui transforme la position initiale $\vec{X}_{\text{ref}}$ en $\vec{X}_r$ n'est opérationnelle que pour l'étude d'un corps en milieu infini. Elle permet de limiter la déformation des mailles et de fournir des maillages de meilleure qualité. Dans le cas où la position et l'orientation de la poutre restent fixes en $s = 0$, la rotation θ_F est définie par la moyenne de deux angles θ_{s1} et θ_{p1} . Le premier est formé par les segments joignant les deux bouts de la poutre (c'est-à-dire en $s = 0$ et $s = 1$) dans les configurations non déformées et déformées. Le deuxième est quant à lui issu de la tangente à la poutre déformée en $s = 1$, comme le montre la figure 4. Un exemple est présenté figure 5.

Pour les cas difficiles où les déformations sont significatives, il a été nécessaire d'améliorer cette technique. Pour cela, une opération de lissage a été mise en place. Elle consiste à remplacer la rotation $\mathcal{R}_N$ par une rotation

Pondération de la rotation suivant la proximité du corps

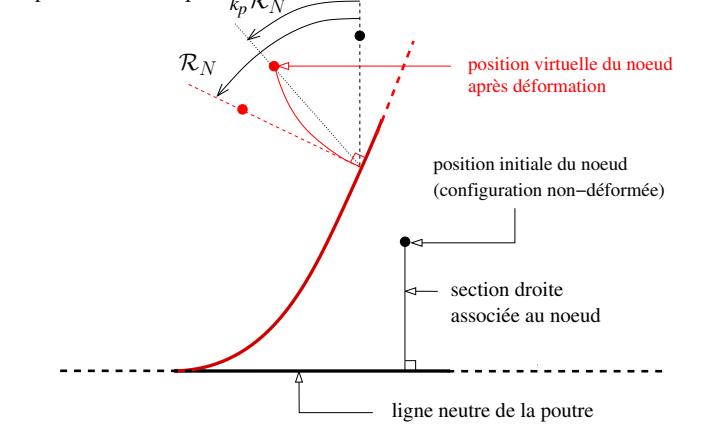


Fig. 3. Représentation de la technique de pondération pour les poutres.

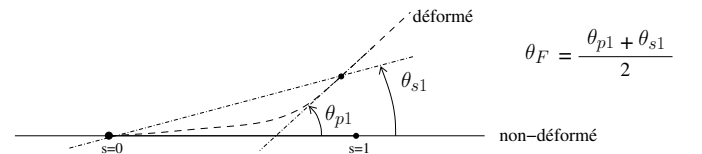


Fig. 4. Définition de l'angle de rotation θ_F .

lissée $\tilde{\mathcal{R}}_N$ pour la définition de la position du nœud virtuel. $\tilde{\mathcal{R}}_N$ est lissée dans la mesure où, au fur et à mesure que l'on va s'éloigner du corps, celui-ci va progressivement être vu « de loin ». La rotation $\tilde{\mathcal{R}}_N$ ne va donc plus être strictement égale à celle de la section à laquelle le nœud appartient, mais à une pondération entre $\mathcal{R}_N$ et une rotation noté $\hat{\mathcal{R}}_N$. Cette dernière est définie comme la rotation du segment L_1L_2 , segment de longueur $2d_{\mathcal{L}}(N)$ et de milieu P , point d'intersection entre la section droite et la ligne neutre (voir Fig. 6).

$d_{\mathcal{L}}(N)$ et $\mathcal{L}$ sont précisés par les équations (9) et (10). Les coefficients K_L et k_{p0} , calibrés respectivement à 4 et 0,95 donnent des résultats satisfaisants.

$$d_{\mathcal{L}}(N) = K_L (1 - k_p) L_{\text{corps}} \quad (9)$$

$$\tilde{\mathcal{R}}_N = \tilde{k}_R \mathcal{R}_N + (1 - \tilde{k}_R) \hat{\mathcal{R}}_N \quad \text{avec}$$

$$\tilde{k}_R = 1 \quad \text{si } k_p > k_{p0}$$

$$\tilde{k}_R = \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\left(2\frac{k_p}{k_{p0}} - 1\right)\right) + 1}{2} \right]^2 \quad \text{si } k_p \leq k_{p0} \quad (10)$$

La figure 7 illustre l'apport de l'opération de lissage. En effet, on remarque dans le cas non lissé la présence d'une région du maillage fortement distordue correspondant à une zone de la poutre possédant un faible rayon de courbure. Les mailles deviennent dans cette situation de très mauvaise qualité et aboutissent à des croisements pour des déformations plus importantes. L'opération de lissage

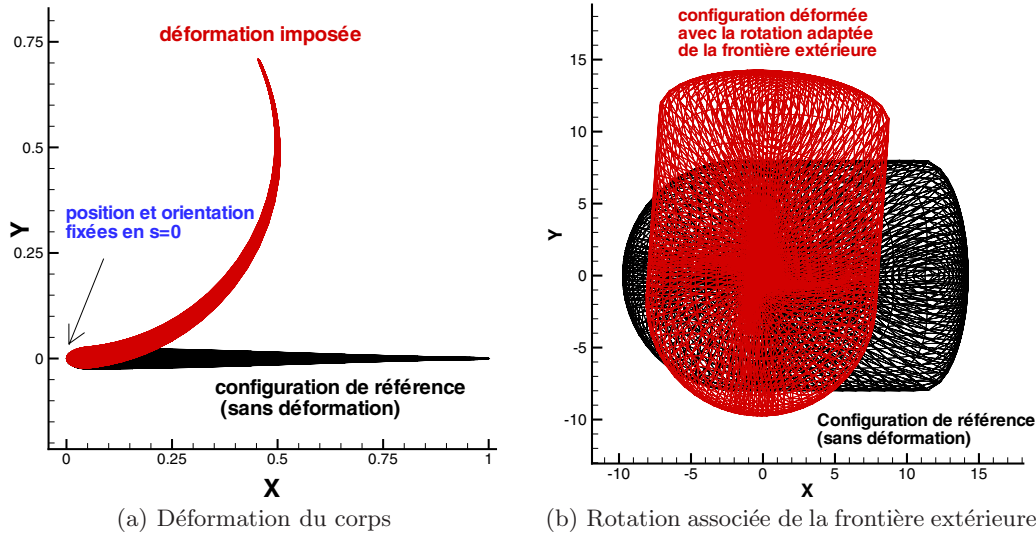
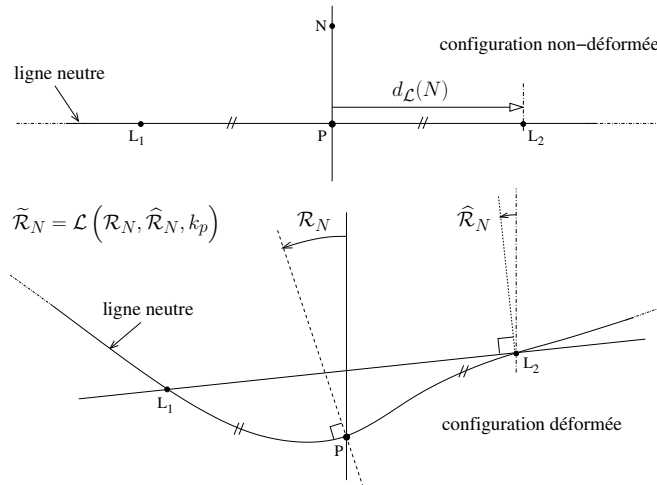
Fig. 5. Mise en évidence de la rotation θ_F .

Fig. 6. Procédure de lissage.

atténue le faible rayon de courbure lorsque l'on s'éloigne du corps. Le maillage obtenu supporte alors très bien la déformation imposée au corps. Notons aussi que l'orthogonalité des mailles à proximité de la paroi est bien conservée.

3.2.4 Choix de la méthode

Dans le cadre de ces simulations mettant en jeu un seul corps allongé de type poutre en milieu infini, on utilise le remaillage analytique par pondération pour la partie *Déformation*. Le temps CPU pour cette opération est alors insignifiant étant donné que l'on ne résout pas de système. Pour la partie *Déplacement*, un mouvement en bloc permet de positionner le corps dans l'espace. Les déplacements ne sont donc pas limités en amplitude.

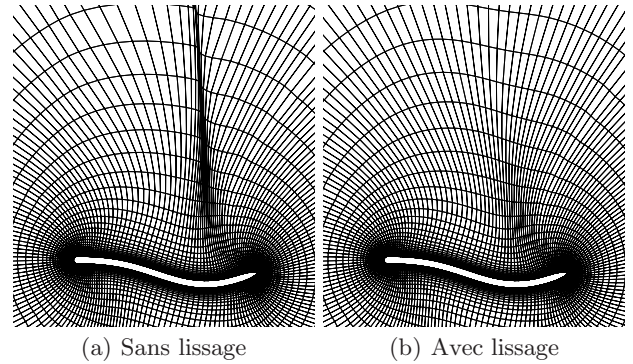


Fig. 7. Comparaison des maillages obtenus pour une même déformation du corps.

3.3 Couplage écoulement-mouvement

Ce couplage existe réellement lorsque le mouvement (ou une partie du mouvement) est résolu par application du PFD. La cinématique des corps à l'instant de calcul est alors liée à l'écoulement à ce même instant par les efforts fluides qui s'exercent sur eux. En retour, le mouvement des corps influence l'écoulement par l'intermédiaire des flux de vitesse de déplacement. La méthode qui consiste à calculer les efforts uniquement à chaque pas de temps pour obtenir la nouvelle position des corps pose de gros problèmes d'instabilités et a été écartée. Pour stabiliser le couplage, les efforts sont recalculés à chaque itération non-linéaire et servent à réajuster la position des corps pour l'itération non-linéaire suivante par l'intermédiaire du PFD. Après un passage dans une procédure de remaillage, les nouveaux flux de vitesse de déplacement engendrés par cette nouvelle cinématique sont réévalués. L'interaction écoulement-mouvement est ainsi complètement actualisée à chaque itération non-linéaire en prenant en compte :

- l'action du fluide sur les mouvements des corps par le calcul des efforts et la résolution du PFD à chaque

itération non-linéaire ($\rightarrow$ nouvelles positions à l'instant de calcul t_c),

- l'action des mouvements des corps sur l'écoulement en disposant à chaque itération non-linéaire d'un maillage et des flux de vitesse de déplacement en accord avec les nouvelles positions obtenues.

Bien que plus stable, ce couplage non-linéaire ne résoud pas à lui seul les problèmes d'instabilités. En effet, dans certains cas difficiles (corps très peu denses, corps déformables), il apparaît des instabilités oscillatoires au niveau des itérations non-linéaires qui aboutissent à la divergence du code. Pour parvenir à un couplage stable, il est nécessaire d'ajouter à cette méthode un traitement particulier des équations issues du PFD.

L'instabilité provient de la dépendance des efforts à l'accélération du corps [6]. Celle-ci est classiquement exprimée par la décomposition des efforts en une partie indépendante de l'accélération γ et une partie liée linéairement à γ , sous la forme d'un terme de masse ajoutée : $f = \bar{f} - a\gamma$. Évaluer les coefficients de masse ajoutée nécessiterait de résoudre une équation elliptique à chaque pas de temps pour chaque degré de liberté (très coûteux en temps CPU). Le solveur Navier-Stokes donnant directement accès à l'effort global du fluide sur le corps sans avoir recours à une quelconque décomposition, l'évaluation des coefficients de masse ajoutée n'est pas du tout nécessaire. Par contre, cette propriété physique va simplement être utilisée pour modifier la résolution des équations issues du PFD et rendre le couplage stable. On augmente ainsi chaque membre d'un terme de masse ajoutée et on évalue celui du second membre à l'itération non-linéaire précédente. L'équation résolue devient alors : $(m + a)\gamma^{itnl} = f + a\gamma^{itnl-1}$.

En fait, cela revient à sous-relaxer la valeur obtenue. À convergence ($\gamma^{itnl} = \gamma^{itnl-1}$), on retrouve bien l'équation initiale. Le terme a n'a finalement aucune influence sur la solution convergée. Il suffit de le prendre suffisamment grand pour assurer la stabilité du couplage, mais pas trop grand pour éviter de ralentir inutilement la convergence. Pratiquement, les coefficients adimensionnels (a/m) utilisés valent entre 1 et 3 dans les cas testés.

4 Simulations autour d'un robot anguille auto-propulsé

Ces simulations ont été effectuées dans le cadre du P.I.R. *ROBEA*. Le contexte scientifique du projet est de rechercher des moyens de locomotion plus efficaces (donc garantissant une autonomie supérieure) et plus manœuvrables que ceux disponibles actuellement pour les robots sous-marins. Pour cela, les simulations sont précieuses car elles permettent d'une part de prédire la cinématique du corps, mais donnent aussi accès à des quantités difficilement mesurables au réel.

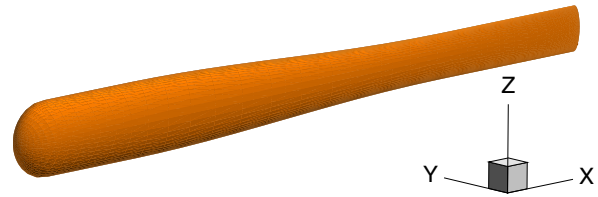


Fig. 8. Vue globale de l'enveloppe du robot-anguille.

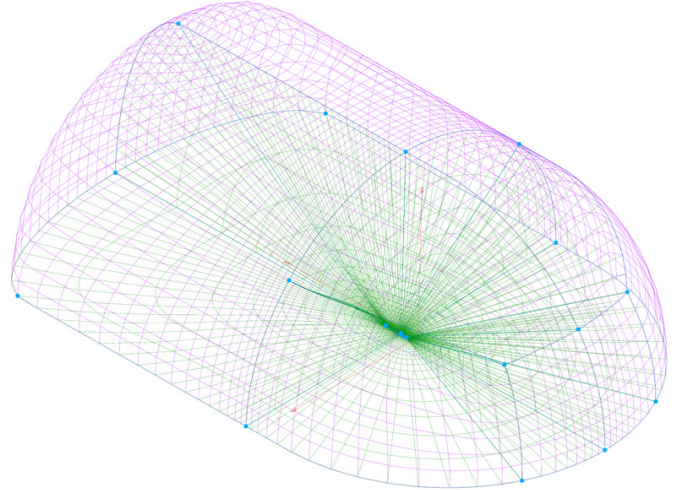


Fig. 9. Vue d'ensemble du domaine de calcul (maillage M65e3).

4.1 La géométrie et le maillage

Le projet étant seulement à son stade initial, les premiers calculs ont été effectués sur une géométrie provisoire (voir Fig. 8), la forme et la longueur finales du robot n'étant pas encore complètement définies. Pour le moment, les simulations ont été effectuées sur un corps d'un mètre, alors que le prototype final approchera les deux mètres. Le mouvement étant plan, le domaine de calcul est limité au demi-espace supérieur avec une condition de symétrie sur le plan $z = 0$ (voir Fig. 9).

Deux maillages ont été créés. Le premier, noté M65e3, est adapté aux modèles de turbulence de type loi de paroi. Il possède 65 000 cellules. Le deuxième, noté M12e4, contient 120 000 cellules. Il est utilisé pour les modèles de turbulence proche paroi.

4.2 Les lois de déformation imposées

Ces lois analytiques ont pour objectif d'imposer la forme du poisson au cours du temps dans un repère où la position et l'orientation de la tête sont fixées. Rappelons ici que la position de ce repère dans l'espace est résolue simultanément à l'écoulement.

– RÉGIME D'AVANCE PÉRIODIQUE (Fig. 10) : dans cette configuration, la courbure notée c_F est définie par l'équation (11). Elle est régie par une fonction sinusoïdale modulée en amplitude selon l'abscisse curviligne s . L'amplitude est définie par une fonction polynôme $A(s)$. L'objectif de cette loi est d'atteindre un état périodique. Ainsi,

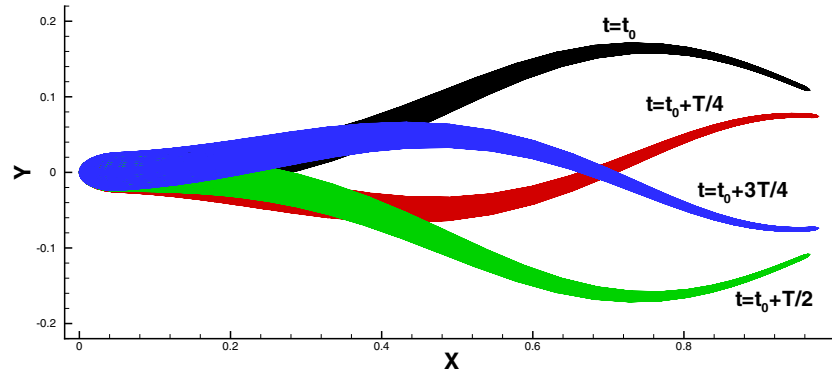


Fig. 10. Visualisation de la loi d'avance dans le repère de déformation.

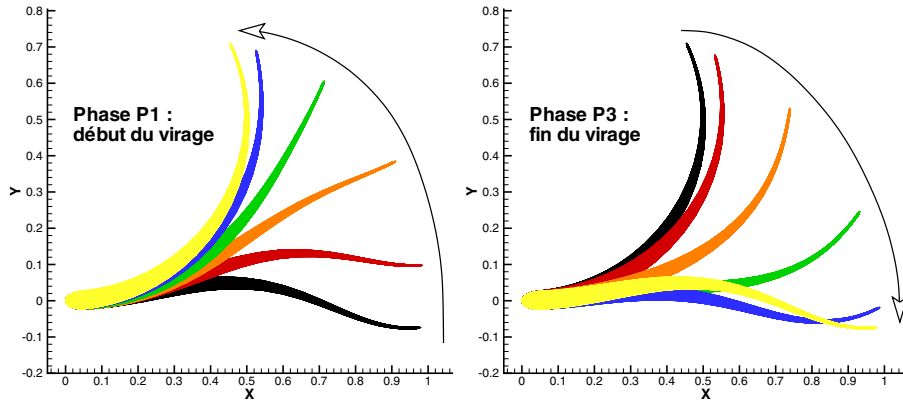


Fig. 11. Visualisation des deux phases transitoires de la loi en virage.

pour éviter un transitoire trop long, les corps peuvent être lancés avec une vitesse initiale. En début de simulation, la loi de déformation est prescrite progressivement en pondérant la courbure par un coefficient de relaxation qui passe régulièrement de 0 à 1 au bout de n_r périodes.

$$c_F(s, t) = A(s) \cdot \sin \left[2\pi \cdot \left(\frac{s}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad \text{avec} \quad A(s) = A_2 s^2 + A_1 s + A_0 \quad (11)$$

Les paramètres caractéristiques sont donc :

- la longueur d'onde λ ,
- la période T ,
- les coefficients du polynôme A_0 , A_1 et A_2 .

– LOI DE VIRAGE (Fig. 11) : cette loi est déterminée simplement par un rayon de courbure constant R_T (voir Éq. (12)). Avant et après le virage, un régime d'avance normal est prescrit : $\alpha_T(t)=1$. Durant un virage sans propulsion, $\alpha_T(t)$ reste nul. Deux phases transitoires « début » et « fin » de virage permettent une évolution régulière de α_T respectivement entre 0 et 1, et entre 1 et 0. La loi de virage est donc décomposée en 3 phases, détaillées dans le tableau 2.

$$c_T(s, t) = \alpha_T(t) c_F(s, t) + \frac{1 - \alpha_T(t)}{R_T} \quad (12)$$

Tableau 2. Description de la loi de virage.

Phase	P1 : début du virage	P2 : virage	P3 : fin du virage
durée	$\beta_{T1}T$	$\beta_{T2}T$	$\beta_{T3}T$
$\alpha_T(t)$	$1 \rightarrow 0$	$0 \rightarrow 0$	$0 \rightarrow 1$

Tableau 3. Valeurs des différents coefficients.

Loi	λ	T	A_2	A_1	A_0	R_T	β_{T1}	β_{T2}	β_{T3}
Av1	1	1	2	0,5	1	-	-	-	-
Vir1	1	1	2	0,5	1	0,5	0,5	0,5	0,5
Vir2	1	1	2	0,5	1	0,5	0,5	1	0,5

4.3 Simulations et résultats

Étant donné la géométrie et la cinématique de type poutre imposée au corps, un remaillage par pondération a été utilisé pour l'obtention du maillage déformé à chaque pas de temps. La mise en position dans l'espace physique est quant à elle assurée par un mouvement en bloc. Un couplage non-linéaire avec masse ajoutée est nécessaire pour assurer la stabilité de l'interaction écoulement-mouvement.

Pour le moment, une loi d'avance et deux lois de virage ont été simulées. Les différents paramètres sont donnés dans le tableau 3. La direction d'avance initiale du robot est $-\vec{X}$. Une vitesse initiale de $-0,6 \text{ m.s}^{-1}$ est imposée. Au début de la simulation, l'état transitoire génère une petite rotation du corps (environ 2°). Celle-ci est alors

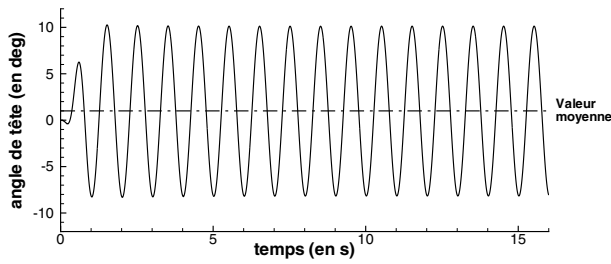


Fig. 12. Évolution temporelle de l'angle de tête.

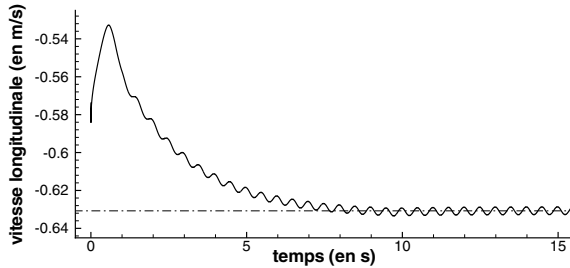


Fig. 13. Évolution temporelle de la vitesse longitudinale.

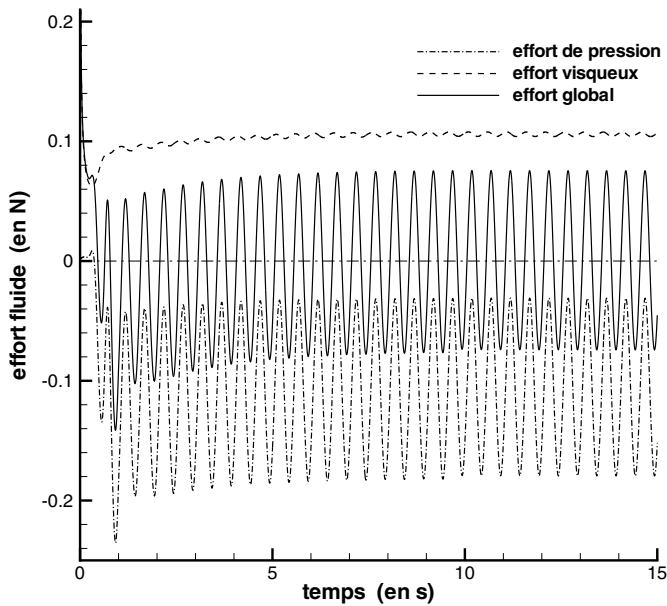


Fig. 14. Évolution temporelle des efforts s'exerçant sur le corps.

conservée lorsque l'état périodique est atteint (Fig. 12). La figure 13 illustre la mise en place de l'état périodique pour la loi imposée nommée Av1 : la vitesse longitudinale tend bien vers une valeur moyenne constante. Différents modèles de turbulence ont été testés sur les deux types de maillages avec la loi d'avance. Les différences constatées sur la vitesse moyenne limite sont d'environ 5 %. Une simulation menée sur le maillage M12e4 en laminaire a abouti à une vitesse supérieure d'environ 25 % par rapport à la moyenne des simulations turbulentes. En ce qui concerne les efforts (Fig. 14), on constate que la partie visqueuse est très faiblement variable. Sa direction est opposée à celle du mouvement : elle contribue donc sans

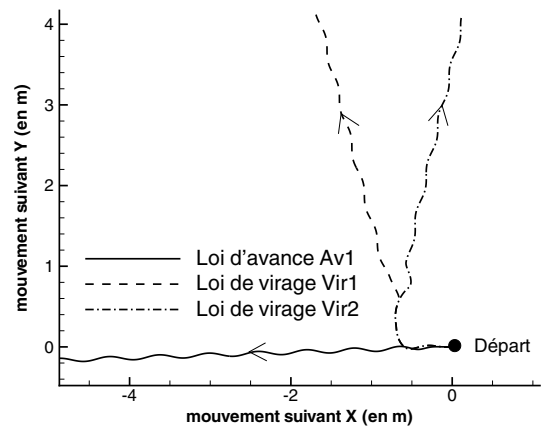


Fig. 15. Trajectoire de la tête suivant les lois de déformation.

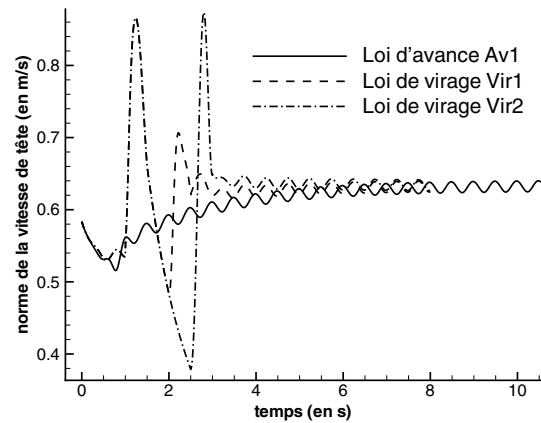


Fig. 16. Évolution temporelle de la vitesse de tête suivant les lois de déformation.

surprise à freiner le corps. L'effort dû à la pression est quant à lui beaucoup plus fluctuant. Pour cette loi de déformation, quel que soit l'instant considéré, celui-ci joue toujours un rôle favorable dans la propulsion du corps. L'examen de l'effort global, dont l'amplitude de variation provient essentiellement de la pression, tend vers une valeur moyenne nulle, ce qui est normal étant donné que la vitesse moyenne du corps devient stable.

Les simulations effectuées sur les manœuvres de virage montrent que plus la phase P2 est longue, plus la rotation du virage est importante, ce qui n'est pas surprenant (Fig. 15). Le rayon du virage observé est sensiblement le même que le rayon de courbure du corps. En sortie de virage, on peut remarquer un léger redressement du corps dans la direction opposée. Une modification de la phase de sortie est envisagée afin de diminuer ce phénomène et améliorer le réalisme du mouvement durant cette phase. On peut noter qu'après le virage, la vitesse du corps reconverge vers celle de l'état périodique très rapidement (Fig. 16). La figure 17 montre le champ de pression autour du corps pour différents instants lors de la manœuvre de virage (loi Vir2). La figure 18 donne l'allure du champ de pression sur le corps ainsi que quelques lignes de courant dans le plan de symétrie $z = 0$.

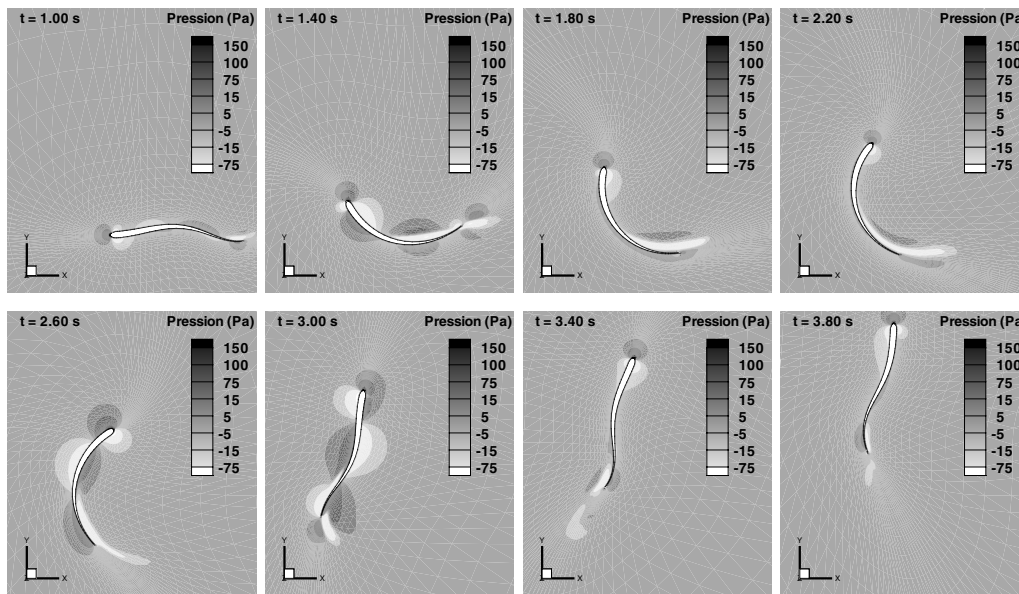


Fig. 17. Évolution du champ de pression en $z = 0$ (loi Vir2).

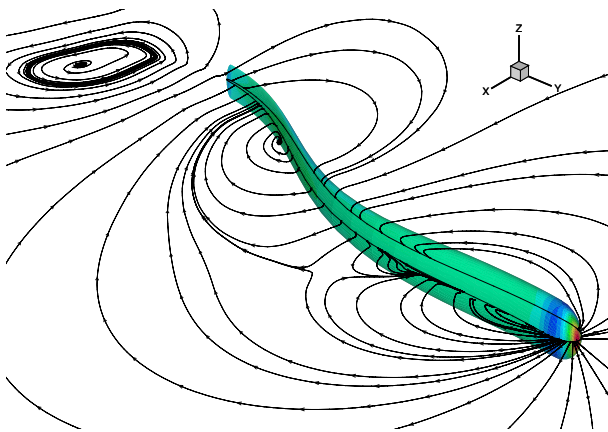


Fig. 18. Champ de pression sur le corps et lignes de courant dans le plan de symétrie à $t = 5$ s (loi Vir2).

5 Conclusions

Parmi les nombreuses espèces que l'on peut observer dans la nature, les poissons ont toujours fasciné l'Homme par leur extraordinaire aisance à coupler instinctivement les lois de Newton avec les équations de Navier-Stokes pour se déplacer. L'efficacité et la formidable manœuvrabilité de leur fonction locomotrice développées au fil de leur évolution constituent pour les mécaniciens des fluides un formidable champ d'application, comme en témoignent les nombreuses études sur le sujet. Les méthodes numériques présentées ici et intégrées au code de calcul ISIS permettent désormais d'effectuer des simulations autour de véritables « poissons numériques ». Leur mouvement est en effet uniquement régi par la réponse du fluide à la déformation imposée aux corps. Hormis la forme du corps, la qualité du biomimétisme dépend alors uniquement du niveau de conformité des lois de déformation imposées par rapport à celles du

spécimen réel que l'on souhaite simuler. Celles-ci sont inspirées de différents travaux de recherche relatifs à l'analyse de la cinématique. Ces calculs donnent accès à des quantités difficilement mesurables sur des spécimens vivants (traînée, rendement, ...), le corps à propulser étant confondu avec le moyen de propulsion. L'optimisation des paramètres des lois de forme imposées pourra aussi conduire à l'avenir à une meilleure compréhension des mécanismes physiques.

Explorer, analyser et s'appropriier les différentes solutions offertes par la nature représentent quelques objectifs du biomimétisme. En ce qui nous concerne plus particulièrement, la variété des solutions adoptées par les différentes espèces (forme, cinématique, type de peau, performances, ...) ne facilite pas une approche synthétique. Malgré l'intérêt suscité par le sujet et malgré les progrès réalisés, la littérature offre toujours des résultats quelque peu contradictoires, notamment sur certaines questions relatives au rendement.

Outre l'émerveillement et l'admiration que peut susciter la biohydrodynamique pour ces maîtres dans l'art de la locomotion aquatique, le monde aquatique n'apparaît pas à l'heure actuelle si limpide. Encore peut-on espérer que pour une fois l'activité humaine permettra de rendre l'eau plus claire et que ces études parviendront à améliorer les solutions retenues pour la conception des engins et/ou des robots marins.

Références

- [1] G. Deng, E. Guilmineau, P. Queutey, M. Visonneau, Capture et suivi d'interfaces d'écoulements de fluides visqueux incompressibles non-miscibles, 8^e Journées de l'Hydrodynamique, Nantes, France, Mars 2001, pp. 17–30
- [2] A. Leroyer, Étude du couplage écoulement/mouvement pour des corps solides ou à déformation imposée par

- résolution des équations de Navier-Stokes, Contribution à la modélisation numérique de la cavitation, Thèse, École Centrale de Nantes, France, 2004, disponible en ligne ftp://ftp.ec-nantes.fr/pub/DMN/Thesis/these_leroyer.ps.gz
- [3] C. Degand, C. Farhat, A three-dimensional torsional springs analogy method for unstructured dynamic meshes, *Comput. Struct.* 80 (2002) 305–316
- [4] M. Murayama, K. Nakahashi, K. Matsushima, Unstructured dynamic mesh for large movement and deformation, in: 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, 2002
- [5] C.O.E. Burg, A Robust, Unstructured Grid Movement Strategy using Three-Dimensional Torsional Springs, in: 34th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Portland, 2004
- [6] H. Söding, How to Integrate Free Motions of Solids in Fluids, in: 4th Numerical Towing Tank Symposium, Hamburg, 2001