

# Pompage énergétique : conception, efficacité, expérimentation

CLAUDE-HENRI LAMARQUE<sup>a</sup>, STÉPHANE PERNOT ET EMMANUEL GOURDON

École nationale des travaux publics de l'État, DGCB URA CNRS 1652 LGM, 3 rue Maurice Audin 69518 Vaulx-en-Velin Cedex, France

Reçu le 15 mars 2007, accepté le 7 juin 2007

**Résumé** – Nous proposons un passage en revue des résultats récents concernant le pompage énergétique ou transfert irréversible d'énergie d'une structure – en général linéaire – à préserver vers une structure auxiliaire dimensionnée pour ce faire, en général petite par rapport à la précédente et que l'on couple non linéairement.

**Mots clés** : Pompage énergétique / mode non-linéaire / localisation

**Abstract** – **Energy pumping: design, efficiency, experiments.** We present a survey of recent results concerning energy pumping i.e. irreversible energy transfer from a structure – generally a linear one – to an auxiliary (small) structure nonlinearly coupled to the previous one.

**Key words**: Energy transfer / non-linear modes / stability / non-linear passive control

## 1 Introduction

Un absorbeur dynamique de vibration est un système dont le but est de réduire le niveau vibratoire d'une structure ou d'une machine que l'on souhaite protéger. Ils sont largement utilisés dans des applications variées (machines tournantes, stabilité de navires, protection sismique de bâtiments et ouvrages d'art, performances dynamiques de véhicules).

Le système le plus simple d'absorbeur dynamique passif consiste à ajouter une masse additionnelle connectée au système à protéger par un ressort linéaire élastique et un amortisseur (« tuned mass damper » ou amortisseur de Frahm [1]). De tels absorbeurs fonctionnent bien pour une sollicitation considérée comme stationnaire et dans une bande de fréquence très étroite, la masse ajoutée étant « accordée » sur la fréquence particulière d'un mode à protéger.

Ces conditions sont insuffisantes pour de nombreuses applications, et ont conduit à l'amélioration de la procédure en utilisant un couplage essentiellement non-linéaire pour bénéficier du contexte particulier des modes non-linéaires et de leurs propriétés de stabilité. Ainsi a été introduite la notion de pompage énergétique [2, 3]. Il consiste en un transfert irréversible d'énergie d'une structure principale que l'on souhaite préserver vers une structure

auxiliaire essentiellement non-linéaire conçue pour créer ce transfert. Cet objectif est atteint en introduisant un couplage non-linéaire entre les deux structures tel que des modes non-linéaires localisés et non localisés soient créés sous condition. Une résonance non-linéaire peut capturer la dynamique du système et en régime transitoire l'entraîner vers le mode localisé : ainsi seule la structure auxiliaire subit des vibrations d'amplitudes importantes, les vibrations de la structure principale étant rapidement contrôlées, de façon passive. Le système masse-ressort-amortisseur non-linéaire auxiliaire à un degré de liberté n'a pas de fréquence propre et il peut avoir des oscillations libres à n'importe quelle fréquence. Cette situation est complètement différente du cadre classique linéaire. Et le caractère potentiellement large bande du contrôle passif qui en résulte est particulièrement intéressant.

La compréhension théorique du phénomène implique le concept de modes non-linéaires. Nous renvoyons à la littérature pour la question de la définition (des définitions ...) des modes, par exemple [4–6].

Sur la base de travaux récents [7–17] nous proposons de faire le point sur le pompage énergétique, en abordant les questions suivantes : efficacité, optimalité, régimes transitoires ou forcés, robustesse, comparaison avec les absorbeurs linéaires classiques, pompage énergétique et comportement multi-modal, etc.

<sup>a</sup> Auteur correspondant : lamarque@entpe.fr

Nous illustrerons le propos à l'aide de résultats expérimentaux obtenus sur modèles analogiques (circuits électroniques) ou sur modèles mécaniques réduits.

## 2 Étude théorique et numérique

Souvent, la structure à préserver est un système continu. L'enjeu du pompage énergétique est le dimensionnement convenable de la masse auxiliaire  $m$  et des paramètres essentiels du couplage, en supposant au départ que cette structure annexe est une structure discrète : le ressort essentiellement non-linéaire (une fonction  $f$  à préciser) et l'amortisseur toujours présent dans un système réel ( $c_2$ ).

Le scénario théorique est le suivant : on réduit la structure principale à une masse modale  $M$  du mode que l'on souhaite contrôler (avec une raideur  $k_1$  et un amortissement  $c_1$ ), et on se ramène à un système couplé de la forme

$$\begin{cases} M\ddot{y}_1 + k_1 y_1 + c_1 \dot{y}_1 + f(y_1 - y_2) = 0 \\ m\ddot{y}_2 + c_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - f(y_1 - y_2) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

en vibrations libres, où  $f$  est par exemple le paradigme de non-linéarité essentielle

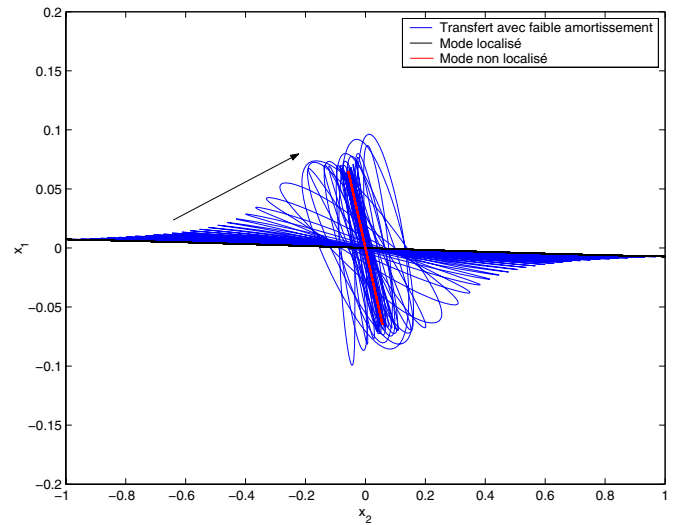
$$f(z) = k_2 z^3 \quad (2)$$

En vue d'applications, il peut être intéressant d'examiner le cas  $m \ll M$ . L'étude analytique des modes non-linéaires et d'un scénario de résonance (1:1, souvent) par une méthode de moyenne harmonique complexifiée alliée à une méthode d'échelles multiples due à  $L$ . Manevitch permet de se ramener à l'étude d'un système dynamique de dimension 2 (au lieu de 4 pour 1) dont les points fixes sont les modes non-linéaires. L'analyse – voire ici la conception – de leur stabilité peut être menée de façon à disposer d'un mode non localisé (oscillant en  $y_1$  et  $y_2$ ) instable et d'un mode localisé (oscillant en  $y_2$  seulement) stable.

Dans Gourdon et al. [8] et Gourdon [9], nous avons mis en évidence numériquement plusieurs aspects : différentes non-linéarités ( $f$  peut devenir affine par morceaux, donc non régulière, un polynôme de degré plus élevé, une non-linéarité à jeu, correspondre à une géométrie de la non-linéarité propice au chaos transitoire) peuvent conduire au phénomène de pompage énergétique. De plus, une non-linéarité dimensionnée via le système réduit à 2 degrés de liberté fonctionne encore lorsqu'on l'implante dans un modèle numérique comportant un plus grand nombre de modes pour décrire la structure initiale. Nous avons aussi testé différents types de sollicitation extérieure : aussi bien des vibrations libres provenant de conditions initiales non nulles, qu'une sollicitation aléatoire reproduisant un séisme. Dans ce cadre aléatoire, la moyenne et l'écart type de la réponse montrent la réduction du niveau vibratoire.

## 3 Seuil, optimisation, robustesse

Dans Gourdon et al. [8], nous avons abordé l'amélioration du fonctionnement du pompage en étudiant l'abaissement



**Fig. 1.** Mode de vibration localisé instable : transfert vers le mode de vibration non-localisé quand un faible amortissement est ajouté.

du seuil d'énergie à injecter dans le système pour amorcer le phénomène de transfert d'énergie. Ce niveau d'énergie initiale nécessaire pour l'activation du pompage peut s'expliquer au vu du diagramme de bifurcation du mode non-linéaire impliqué.

La question de l'optimisation de l'absorbeur a été posée dans Gourdon [12] ou Manevitch et al. [14] par exemple. Elle n'est pas facile à bien formuler puisque comme d'habitude dans un cadre non-linéaire, elle dépend des régimes de la réponse, liés à la sollicitation, avec la difficulté liée par exemple au caractère instationnaire, ou stationnaire ou aléatoire de celle-ci.

Néanmoins, une étude paramétrique de l'énergie transférée sur le système modèle a pu être réalisée ainsi en utilisant des outils comme les polynômes de chaos une étude de la robustesse du pompage énergétique [11].

En collaboration avec O. Gendelman [10], nous avons étudié le transfert sous sollicitation stationnaire. En particulier, un phénomène quasi-périodique a été analysé par une méthode analytique comme un bon scénario de pompage énergétique.

D'autres travaux ont permis d'étudier théoriquement et numériquement encore d'autres aspects, par exemple un scénario où l'on couple non-linéairement plusieurs masses auxiliaires faibles pour provoquer des phénomènes de pompage successifs, intervenant à des seuils d'énergies décroissants (cascade de pompage) [12].

Un absorbeur permettant cela a été conçu pour la réalisation d'expérimentations sur les modèles réduits de bâtiments.

Nous avons aussi considéré d'autres types de résonances comme scénario de pompage énergétique [13, 14].

L'étude de stratégies où la non-linéarité essentielle de couplage tend à ressembler le plus possible à un impacteur (tout en restant analytique pour les besoins de la

méthode mathématique de complexification et d'échelle multiple utilisée pour la compréhension du phénomène) a été menée pour optimiser un phénomène de battement comme support du transfert d'énergie [17].

## 4 Expérimentations

Depuis 2003, nous avons procédé à plusieurs vérifications expérimentales de la possibilité de ce transfert irréversible. La première expérimentation a été menée sur un circuit électronique [10] dans l'esprit du calcul analogique. La rusticité du circuit et de la détermination des paramètres n'a pas empêché la mise en évidence claire des phénomènes attendus et même une corrélation entre résultats expérimentaux et simulations numériques du modèle correspondant.

Une vérification a été menée sur des structures représentant des maquettes d'ossatures de bâtiments à plusieurs étages [12, 17]. Dans les divers cas de figures traitées, la maquette était placée sur une table vibrante et soumise à une sollicitation extérieure unidirectionnelle (horizontale) de natures variées : condition initiale, forçage périodique, ou bien après ré-étalement du spectre, ré-injection d'enregistrements de séismes ou de signaux aléatoires.

L'amortisseur dynamique non-linéaire a été chaque fois installé sur un étage du « bâtiment », en général le « toit ». Le principe de cet amortisseur était de construire une non-linéarité géométrique à l'aide de deux ressorts linéaires reliés symétriquement à la masse mobile auxiliaire installée sur le toit et coulissant sur un rail. Le caractère horizontal de la sollicitation permettait de s'affranchir de l'effet de la gravité et de plus facilement parvenir à une élimination quasi-totale d'un terme linéaire et réaliser ainsi une non-linéarité essentiellement non-linéaire cubique. D'autre part, le mode du bâtiment que l'on souhaitait contrôler était bien évidemment une vibration dans la direction du rail.

Dans ce cadre mécanique, le phénomène a de nouveau été mis en évidence clairement. La méthode de dimensionnement théorique du coefficient de la non-linéarité cubique a permis à chaque fois la construction de l'absorbeur dynamique non-linéaire correspondant apportant expérimentalement la vérification attendue.

## 5 Ondelettes

Un outil d'analyse en ondelettes spécifique a été développé à l'ENTPE. Il permet en particulier à partir de données discrètes (numériques ou expérimentales) de repérer à l'aide de scalogrammes (diagrammes temps, échelles, énergies) les fréquences instantanées contenues dans le signal et donc de pister les mises en résonances stationnaires ou non associées au phénomène de pompage énergétique [18, 19]. Cette analyse en ondelette est performante : elle permet le filtrage d'un signal et par le repérage de la fluctuation de la fréquence instantanée de

distinguer un scénario de pompage d'un simple scénario d'amortissement linéaire. Facile sur des données issues de modèles numériques simples, cette discrimination ne l'est pas sur des modèles complets ou des données réelles et s'appuie fortement sur cet outil.

## 6 Conclusions

Il est bon de souligner encore en conclusion le caractère passif du contrôle vibratoire obtenu par cette méthode : il ne s'agit pas de contrôle actif. De nombreuses questions restent à résoudre pour améliorer l'efficacité et pour préparer des transferts technologiques.

## References

- [1] H. Fram, Device of damping vibrations of bodies, US patents 989 (1909) 958
- [2] O. Gendelman, L.I. Manevitch, A.F. Vakakis, R.M. Closkey, Energy pumping in non-linear mechanical oscillators, Part I: Dynamics of the underlying Hamiltonian systems, *J. Appl. Mech.* 68 (2001) 34–42.
- [3] A.F. Vakakis, O. Gendelman, Energy pumping in non linear mechanical oscillators, Part II: resonance capture, *J. Appl. Mech.* 68 (2001) 42–48
- [4] L. Jézéquel, C.H. Lamarque, Analysis of non linear dynamical systems by the normal form theory, *J. Sound Vib.* 149 (1991) 429–459
- [5] S.W. Shaw, C. Pierre, Non linear normal modes for non linear vibratory systems, *J. Sound Vib.* 164 (1993) 85–124
- [6] A.F. Vakakis, Non linear normal modes (NNMs) and their applications in vibration theory: an overview, *Mechanical Systems and Signal Processing* 11 (1997) 3–22
- [7] S. Bellizzi, B. Cochelin, C.-H. Lamarque, (Ed.), *Euromech 457 Nonlinear modes of vibrating systems* Fréjus juin 2004, Actes du Colloque, 2004 ISBN 2-86 834-119-5
- [8] E. Gourdon, C.-H. Lamarque, Energy Pumping for a larger span of energy, *J. Sound Vib.* 285 (2005) 711–720
- [9] E. Gourdon, C.-H. Lamarque, Energy Pumping with various Nonlinear Structures: Numerical Evidences, *Nonlinear Dynamics* 40 (2005) 281–307
- [10] O. Gendelman, C.-H. Lamarque, Dynamics of linear oscillator coupled to strongly nonlinear attachment with multiple states of equilibrium, *Chaos, Solitons & Fractals* 24 (2005) 501–509
- [11] O. Gendelman, E. Gourdon, C.-H. Lamarque, Quasiperiodic energy pumping in coupled oscillators under periodic forcing, *J. Sound Vib.* 294 (2006) 651–662
- [12] E. Gourdon, C.-H. Lamarque, Nonlinear Energy Sink with Uncertain Parameters, *J. Comput. Nonlinear Dynamics* 1 (2006) 187–195
- [13] E. Gourdon, Contrôle passif de vibrations par pompage énergétique, Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon et ENTPE, 2006

- [14] A. Musienko, C.-H. Lamarque, L.I. Manevitch, Design of Mechanical Energy Pumping Devices, *J. Vib. Control* 12 (2006) 355–371
- [15] L.I. Manevitch, E. Gourdon, C.-H. Lamarque, Parameters optimization for energy pumping in strongly nonhomogeneous 2 dof system, *Chaos, Solitons & Fractals* 31 (2007) 777–1040
- [16] L.I. Manevitch, A. Musienko, C.-H. Lamarque, New analytical approach to energy pumping problem in strongly nonhomogeneous 2 dof systems, *Meccanica* 42 (2007) 77–83
- [17] E. Gourdon, N.A. Alexander, C. Taylor, C.-H. Lamarque, Pernot, S., Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling: Theoretical and experimental results, *J. Sound Vibr.* 300 (2007) 522–551
- [18] E. Gourdon, C.-H. Lamarque, S. Pernot, Contribution to efficiency of irreversible passive energy pumping with a strong nonlinear attachment, *Nonlinear Dynamics* DOI: 10.1007/s11071-007-9229-y, 2007, in press
- [19] S. Pernot, Méthodes ondelettes pour l'étude des vibrations et de la stabilité des systèmes dynamiques, Thèse de doctorat, INSA de Lyon et ENTPE (2000)
- [20] S. Coutel, Outils ondelettes pour l'analyse des systèmes dynamiques, application à l'analyse multimodale et la cartographie d'événements transitoires, Thèse de doctorat, INSA de Lyon et ENTPE (2006)
- [21] E. Gourdon, L.I. Manevitch, C.-H. Lamarque, Toward the design of an optimal energetic sink in a strongly inhomogeneous two-degree-of-freedom system, *J. Appl. Mech.* (2007) in press