

Éléments-finis étendus pour la modélisation des structures soudées par points

PIERRE BURRY^{1,a}, HABIBOU MAITOURNAM² ET GEOFFROY BILLOTEY³

¹ Direction de la Recherche et de l'Innovation Automobile, Peugeot Citroën Automobiles, Route de Gisy, 78943 Vélizy-Villacoublay, France

² Laboratoire de Mécanique des Solides, École Polytechnique, 91128 Palaiseau, France

³ École Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, France

Reçu le 25 mai 2007, accepté le 24 janvier 2008

Résumé – Cet article présente un élément de coque bilinéaire enrichi, adapté à la modélisation des tôles soudées par points de soudure électrique, et implémenté sous Abaqus. L'élément de base est un élément de Simo-Rifaï en petits déplacements et en élasticité linéaire. La modélisation proposée des points de soudure s'inspire des méthodes de modélisation d'inclusion dans un milieu infini par éléments-finis étendus. Le point de soudure est considéré comme quasi ponctuel dans le milieu continu 2D de la tôle ; les fonctions d'enrichissement de l'espace d'approximation des déplacements représentent les modes de déformation locaux des tôles autour des points de soudure, et permettent de représenter correctement les déformées de tôles assemblées sans avoir à mailler les points de soudure. Des exemples démontrent la possibilité de calculer des assemblages de tôles maillées indépendamment.

Mots clés : Soudage par point / X-FEM / éléments coques / assemblages / Abaqus

Abstract – **Extended finite-elements for spot-welded structures simulation.** This paper presents an enriched bilinear quadrilateral thin shell element for spot welded structures modelling. This element is implemented as an Abaqus user element. The base element is a Simo-Rifaï quadrilateral. The present treatment of spot welds is inspired from the inclusion problem treatment in the extended finite element framework. Each spot weld is considered as a point detail in the steel sheet 2D continuous medium; the enrichment functions to the displacement approximation space are chosen to represent accurately the local deformation modes near the spot weld, and give an acceptable representation of the deformed assembled steel sheets without requiring an explicit meshing of spot welds. Numerical examples demonstrate the method capability to model spot welded structures from independently obtained steel sheets meshes.

Key words: Spot welding / X-FEM / shell element / assembly modelling / Abaqus

1 Introduction

Le point de soudure électrique (PSE) est un assemblage qui se réalise sans apport de matière, par fusion des tôles mises en contact. C'est aujourd'hui la technique d'assemblage par excellence des structures automobiles. Les méthodes de modélisation existantes des tôles soudées par points, par exemple chez Peugeot Citroën Automobiles, reposent sur un critère formulé sur le torseur d'effort transisant par le PSE. Le calcul de ce torseur nécessite un maillage explicite des PSE par l'utilisateur. La méthode impose de mailler simultanément les deux

tôles assemblées et de créer des maillages *compatibles* de la position des centres des PSE.

Pour automatiser les maillages des structures soudées, on peut créer des liaisons cinématiques ponctuelles entre les tôles. Ce choix conduit à une surévaluation de la raideur de la structure : les tôles de plusieurs mètres sont généralement maillées avec une taille de maille de 5 à 20 mm, et un tel maillage est incapable de représenter les modes de déformation ponctuels autour des PSE dont le diamètre habituel est de 4 à 6 mm. Pour obtenir une raideur de structure acceptable, on peut remplacer les liaisons cinématiques rigides par des ressorts [1] de raideur variable. Cela n'élimine pas complètement les

^a Auteur pour correspondance : pierre.burry@gmail.com

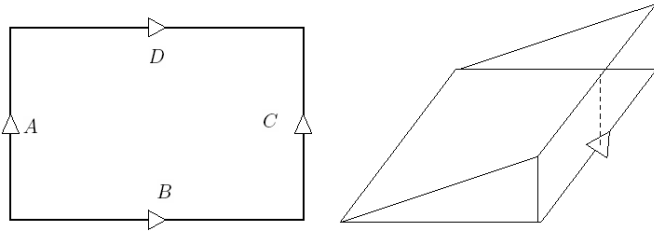


Fig. 1. Position des points de collocation, et exemple de fonction de forme (ici celle associée au point C).

manipulations de maillages et ne permet pas de faire un calcul de fatigue prédictif.

Cet article présente une alternative pour la modélisation des PSE : un élément-fini étendu de coque. À l'échelle d'une structure automobile, quelques mètres, un point de soudure de quelques millimètres peut être considéré comme ponctuel. L'idée directrice est de créer des liaisons cinématiques entre les tôles assemblées et d'enrichir les fonctions de formes des éléments autour des points de soudure pour représenter correctement les modes de déformation locaux.

2 Élément de base

L'élément de base choisi est un élément de coque bilinéaire à quatre nœuds similaire au S4 d'Abaqus [2], dans lequel le champ de déplacement s'écrit en fonction des degrés de liberté nodaux et de la normale à la coque \mathbf{T}_{3I} en chaque nœud I :

$$\mathbf{u} = \sum_I N_I(\xi, \eta) \left(\begin{Bmatrix} u_I \\ v_I \\ w_I \end{Bmatrix} + \frac{h}{2} \zeta \begin{Bmatrix} \alpha_I \\ \beta_I \\ \gamma_I \end{Bmatrix} \wedge \mathbf{T}_{3I} \right)$$

Pour éviter les problèmes de blocages en cisaillement dans le plan, une formulation mixte proposée par Simo et Rifai [3] dans le cadre de l'élasticité plane équivalente à une formulation à modes incompatibles est utilisée. Dans cette approche, le champ de déformation total $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ se calcule comme la superposition du gradient symétrique du déplacement $\boldsymbol{\varepsilon}$ et d'un champ de déformation additionnel $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ associé à 4 degrés de liberté $\tilde{\varepsilon}_i$ et autant de fonctions de formes définies sur l'élément de référence :

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\varepsilon} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla + \nabla^t)\mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{S}\mathbf{u} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (1)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{Bmatrix} \tilde{\varepsilon}_{\xi\xi} \\ \tilde{\varepsilon}_{\eta\eta} \\ \tilde{\varepsilon}_{\xi\eta} \\ \tilde{\varepsilon}_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \xi & \eta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\varepsilon}_1 \\ \tilde{\varepsilon}_2 \\ \tilde{\varepsilon}_3 \\ \tilde{\varepsilon}_4 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Les degrés de liberté $\tilde{\varepsilon}_i$ sont éliminés par condensation statique au niveau élémentaire.

Le cisaillement transverse est traité par *discrete collocation constraint* (voir par exemple [4], pour une présentation de la méthode) pour éviter le verrouillage en cisaillement pour les problèmes dominés par la flexion.

Dans cette formulation, on projette le champ de cisaillement transverse déduit de l'approche en déplacement en quatre points A, B, C et D (voir Fig. 1). Les deux composantes du champ de cisaillement transverse dans l'élément sont interpolées linéairement à partir des valeurs du champ aux points A et C pour la composante $\varepsilon_{\eta\xi}$, et B et D pour la composante $\varepsilon_{\xi\xi}$:

$$\varepsilon_{\eta\xi} = \frac{1}{2} [(1 - \xi)\varepsilon_{\eta\xi}^A + (1 + \xi)\varepsilon_{\eta\xi}^C] \quad (3)$$

$$\varepsilon_{\xi\xi} = \frac{1}{2} [(1 - \eta)\varepsilon_{\xi\xi}^B + (1 + \eta)\varepsilon_{\xi\xi}^D] \quad (4)$$

Enfin, pour supprimer les problèmes de conditionnement liés à la raideur nulle associée au degré de liberté de rotation autour de la normale à la coque, le degré de liberté de *drill*, un terme de pénalisation non physique [4] est ajouté. Dans ce terme ω_z est la rotation d'ensemble et θ_z les fonctions de forme de *drill* aux nœuds.

$$\int_{\Omega} \alpha E t^3 (\theta_z - \omega_z) d\Omega$$

3 Élément de coque enrichi

3.1 Idée générale

Dans le cadre des éléments-finis étendus, et autres applications de la méthode de partition de l'unité introduite par Melenk et Babuska [5], on suppose préexistante une modélisation par éléments-finis du domaine global Ω_g . Cette modélisation est supposée satisfaisante en dehors d'une zone Ω_l . L'idée générale est d'ajouter aux fonctions de formes N_I de chaque nœud I du domaine Ω_l les fonctions de formes produit $N_I\psi_j$ des fonctions de formes du nœud I avec une fonction représentant une solution particulière du problème. Le choix des fonctions ψ_j dépend de la physique du problème : pour la modélisation d'une pointe de fissure, il est pertinent de choisir les solutions de la mécanique linéaire de la rupture en milieu infini [6]. Suivant [7], pour intégrer ces éléments ainsi créés à un code de calcul existant, on crée des éléments utilisateur avec des nœuds supplémentaires dont les degrés de liberté correspondent aux degrés de liberté nodaux enrichis. Les outils de post-traitement n'étant pas capables d'afficher des résultats sur un élément utilisateur, nous avons également créé un maillage fin (le maillage de visualisation) pour visualiser les déplacements obtenus avec les éléments enrichis.

3.2 Fonctions spéciales d'enrichissement

Dans le cas des structures assemblées par PSE, le problème est de représenter correctement sur un maillage grossier les déformations localisées des tôles autour des points de soudure. D'après l'expérience acquise dans le dimensionnement à la fatigue des points de soudure chez PSA, deux modes de sollicitations sont de première importance pour la tenue à la fatigue : le chargement en

effort perpendiculaire à la tôle, et le chargement en moment du PSE dans le plan des tôles. Comme proposé par Strouboulis [8], nous utilisons des solutions de problèmes élémentaires obtenues analytiquement ou numériquement puis tabulées pour enrichir le champ de déplacement.

Nous considérons deux problèmes élémentaires. Le premier est celui du point de soudure (rigide) centré sur une plaque circulaire simplement appuyée sur son bord, et chargé en effort perpendiculairement à la plaque. Une solution analytique en plaque mince est proposée dans [9], et donne la flèche $u_z(r)$ en fonction du rayon par rapport au centre du point de soudure. Cette solution est notre première fonction d'enrichissement.

Le deuxième problème élémentaire considéré est celui du point de soudure centré sur une plaque carrée et chargée en moment Γ_x dans le plan de la plaque. La géométrie du problème est représenté sur la figure 2. La solution est calculée numériquement sur un maillage fin, puis tabulée. Soit \mathbf{u}_{Γ_x} le champ de déplacement solution de ce problème élémentaire :

$$\mathbf{u}_{\Gamma_x}(x, y) = \{0, 0, u_{z_{\Gamma_x}}, \omega_{x_{\Gamma_x}}, \omega_{y_{\Gamma_x}}\}^t(x, y) \quad (5)$$

Le champ de déplacement solution du même problème élémentaire soumis à un chargement en moment Γ_y perpendiculaire se déduit de la solution précédente par rotation. Pour ce mode de sollicitation, les flexions sont prédominantes et nous ne retenons que les termes de rotations (représentés sur les Figs. 3 et 4) pour construire notre enrichissement.

Pour récapituler nous utilisons les fonctions d'enrichissement suivantes :

$$\psi_1^u = u_{z_{F_z}}(r) \quad (6)$$

$$\psi_1^r = \omega_{x_{\Gamma_x}}(x, y) \quad (7)$$

$$\psi_2^r = \omega_{y_{\Gamma_x}}(x, y) \quad (8)$$

$$\psi_3^r = \omega_{x_{\Gamma_y}}(x, y) = \omega_{y_{\Gamma_x}}(y, -x) \quad (9)$$

$$\psi_4^r = \omega_{y_{\Gamma_y}}(x, y) = -\omega_{x_{\Gamma_x}}(y, -x) \quad (10)$$

Les fonctions d'enrichissement ψ^u et ψ^r sont tabulées dans le repère local du PSE. Pour « plaquer » ces solutions particulières sur la surface de coque, on crée un difféomorphisme Φ du plan vers la surface de la coque. Lors de la phase de pré-traitement, on crée un champ nodal qui associe à chaque nœud enrichi I la valeur de $\Phi(x_I)$. Au cours du calcul élémentaire, Φ est interpolé à partir de ses valeurs nodales. Les fonctions d'enrichissement en coordonnées paramétriques sont alors définies par : $\psi_\beta^r \left(\sum_{I=1}^4 \Phi(x_I) N_I(\xi, \eta) \right)$. Seuls les nœuds à une distance inférieure à 3 fois le diamètre du point de soudure sont enrichis.

La zone d'enrichissement est choisie la plus étendue possible, sans toutefois dégrader le conditionnement de la matrice de raideur. Il s'agit d'enrichir la zone dans laquelle les solutions des problèmes élémentaires diffèrent significativement des fonctions de formes classiques de l'élément de coques. Dans les gammes de dimensions de points de soudures et d'épaisseur de tôle classiques dans

l'automobile, on constate que l'essentiel des déformations dues à la présence d'un point de soudure se localise à moins de 3 fois le diamètre du point de soudure. Il est à noter que Fayard [10] avait déjà proposé la même valeur pour l'étude de liaisons soudées.

3.3 Champ de déplacement enrichi

Nous enrichissons séparément les champs de déplacement et de rotation de l'élément de base. Le champ de déplacement enrichi a alors l'expression suivante :

$$\mathbf{u} = \sum_I N_I(\xi, \eta) \left(\begin{Bmatrix} u_I \\ v_I \\ w_I \end{Bmatrix} + \psi_1^u(\xi, \eta) \mathbf{T}_{3I} u_{1I}^u + \frac{h}{2} \zeta \left[\begin{Bmatrix} \alpha_I \\ \beta_I \\ \gamma_I \end{Bmatrix} + \sum_{\beta=1}^4 \psi_\beta^r(\xi, \eta) \mathbf{e}_{\psi_\beta^r} u_{\beta I}^r \right] \wedge \mathbf{T}_{3I} \right)$$

Les vecteurs $\mathbf{e}_{\psi_\beta^r}$ sont les vecteurs de base du problème élémentaire, transportés dans le plan de la coque enrichie.

Nous pouvons remarquer que les termes (7)–(8) et (9)–(10) ne diffèrent que par le choix arbitraire des axes $\mathbf{e}_{\psi_\beta^r}$. Les enrichissements correspondants aux deux problèmes élémentaires sont directement sommés dans l'écriture du champ de déplacement enrichi.

Par dérivation, on obtient les termes du champ de déformation, et par suite on calcule la matrice de raideur. Dans la suite, et en particulier dans les applications numériques de la section 3.6, nous considérons deux possibilités à chaque fois précisées dans le texte : soit un enrichissement des seuls termes de rotations, soit un enrichissement des rotations et du déplacement transverse.

3.4 Liaison cinématique entre deux tôles

Pour relier deux tôles, on a besoin de relier la cinématique des points coïncidents en tôles supérieure et inférieure. Il faut créer une relation linéaire entre les degrés de liberté classiques et enrichis de l'élément de la tôle supérieure et ceux de l'élément de la tôle inférieure. Comme on ne connaît pas les valeurs des fonctions de formes enrichies au centre du PSE avant le calcul de la matrice de rigidité, on a choisi de traiter directement ce problème au cours du calcul par une approche par multiplicateurs de Lagrange. Cela revient à ajouter trois termes à la fonctionnelle Π d'énergie potentielle du problème :

$$\Pi^*(u, \lambda_1, \lambda_2, \mu) = \Pi + \lambda_1 L_1(u) + \lambda_2 L_2(u) + \mu (\lambda_1 + \lambda_2) \quad (11)$$

L_1 et L_2 sont les deux formes linéaires des déplacements des points 1 de l'élément de la tôle supérieure et 2 de l'élément de la tôle inférieure que l'on veut évaluer. λ_1 et λ_2 sont les efforts de réaction aux points 1 et 2 ; μ est le déplacement relatif des points 1 et 2.

Concrètement cette stratégie revient à modifier la matrice de rigidité K des éléments concernés en rajoutant un (ou plusieurs selon le nombre de relations linéaires à imposer) degré de liberté supplémentaires. La nouvelle matrice élémentaire s'écrit alors :

$$K^* = \begin{pmatrix} K & L' \\ L & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

On relie enfin les degrés de liberté supplémentaires λ_1 et λ_2 par une relation linéaire $\lambda_1 + \lambda_2 = 0$ qui sera également gérée par multiplicateur de Lagrange μ par Abaqus.

Cette technique permet d'implémenter des liaisons cinématiques dont les coefficients sont calculés pendant l'assemblage de la matrice de raideur, même lorsque le code de calcul ne permet pas de distinguer les degrés de liberté à éliminer. Une alternative possible avec Abaqus serait de calculer les coefficients des liaisons cinématiques pendant la mise en données du problème, avant de lancer le calcul au cours duquel les degrés de liberté redondants seraient éliminés.

3.5 Intégration numérique

Pour les termes de comportement dans le plan, la méthode d'intégration retenue est une simple quadrature de Gauss à 5×5 points. En effet, les fonctions d'enrichissement retenues sont assez régulières, et une rapide étude de convergence a montré que 5 points suffisaient amplement.

Les termes de cisaillement transverse de l'élément sont traités par *discrete collocation constraint* comme détaillé à la section 2. Si l'enrichissement choisi ne porte que sur les degrés de liberté de rotation, alors les conditions nécessaires de stabilité sont toujours vérifiées pour un schéma à 2 fois 2 points identique à celui de l'élément de base.

Dans le cas d'un enrichissement du champ de déplacement transverse par ψ_1^u défini à l'équation (6), on ajoute deux points de collocation E et F au centre de l'élément pour éviter les problèmes de sous-détermination. Les champs de cisaillement transverses sont alors interpolés par les fonctions de forme suivantes :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\eta\zeta} &= \frac{1}{2} [(1 - \xi)\varepsilon_{\eta\zeta}^A + (1 + \xi)\varepsilon_{\eta\zeta}^C + 2(1 - \xi^2)\varepsilon_{\eta\zeta}^E] \\ \varepsilon_{\xi\zeta} &= \frac{1}{2} [(1 - \eta)\varepsilon_{\xi\zeta}^B + (1 + \eta)\varepsilon_{\xi\zeta}^D + 2(1 - \eta^2)\varepsilon_{\xi\zeta}^F] \end{aligned}$$

Avec 6 points de collocation, l'élément enrichi vérifie les conditions nécessaires de stabilité du patch-test de comptage.

3.6 Exemples d'applications

3.6.1 PSE isolé

Cette partie ne prétend pas présenter les résultats permettant de valider l'élément enrichi ainsi formulé,

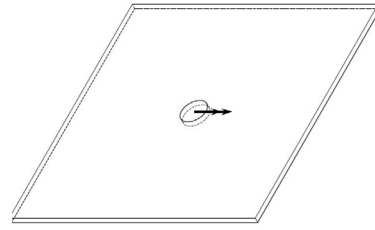


Fig. 2. Problème élémentaire en moment dans le plan de la tôle.

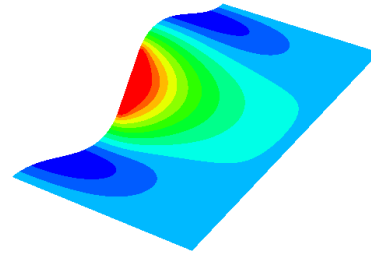


Fig. 3. Champ de rotation autour de e_x pour un chargement unitaire en moment.

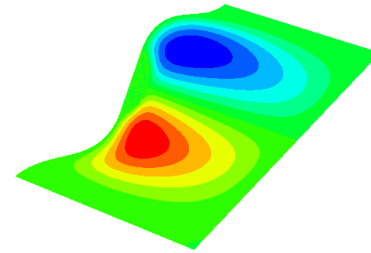


Fig. 4. Champ de rotation autour de e_y pour un chargement unitaire en moment.

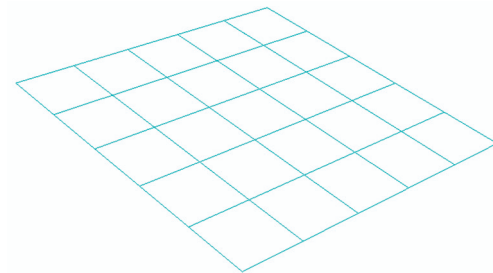


Fig. 5. Maillage de calcul pour un point de soudure isolé sur une plaque carrée.

mais simplement des exemples simples et les premiers résultats de calculs effectués. Sur les figures 6–8, le PSE¹ est au centre de la plaque et on impose un déplacement¹ unitaire en rotation autour de e_x . Sur les figures 5–8, sont représentés respectivement le maillage de calcul, les

¹ Le déplacement est imposé sur les degrés de libertés lagrangiens en question à la section 3.4. Techniquement, on utilise une carte *load (chargement ponctuel!) pour imposer un déplacement, et on lit les efforts de réactions dans les sorties de déplacements.

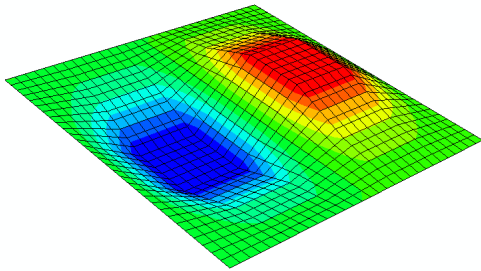


Fig. 6. Résultat de calcul en éléments-finis non enrichis : champ de déplacement vertical (tracé sur le maillage de visualisation).

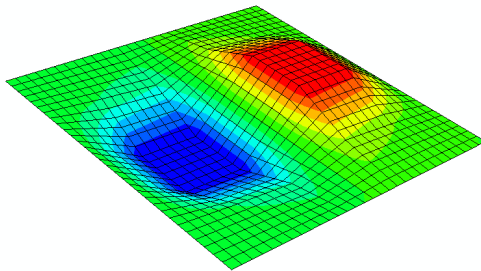


Fig. 7. Résultat de calcul sur les éléments-finis enrichis seulement en rotation.

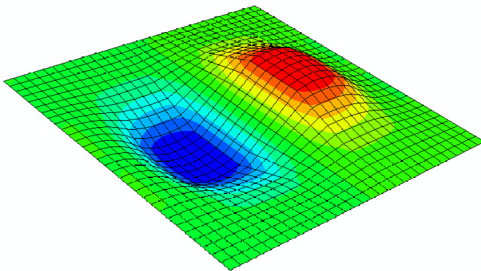


Fig. 8. Résultat de calcul sur les éléments-finis enrichis en rotation, et en déplacement normal.

résultats des calculs en éléments-finis classiques S_4 , en éléments enrichis en rotations seulement, et par éléments enrichis en rotations et en déplacement transverse. Pour les comparaisons, le maillage de calcul est strictement le même pour les éléments-finis classiques et pour les éléments-finis enrichis ; et tous les résultats sont présentés sur le maillage de post-traitement avec les mêmes échelles.

On remarque en particulier que les flexions sont un peu mieux représentées sur le maillage enrichi ; même si on ne retrouve pas la solution de référence sur le calcul X-FEM car la zone d'enrichissement est limitée autour du PSE. Dans le cas d'un maillage rectangulaire, il s'agit d'ailleurs de la seule source d'approximation avec les erreurs d'intégration. Dans le cas d'un maillage quelconque, l'élément enrichi continue de fonctionner sans verrouillage apparent, mais avec une raideur supplémentaire due à l'interpolation du difféomorphisme Φ , cf. section 3.2, utilisée pour calculer les champs de déplacements enrichis.

Les raideurs² des plaques en rotation dans le plan et en déplacement normal pour les différentes modélisations sont données dans le tableau 1, et sont à comparer aux raideurs calculées sur le maillage de référence du problème, également données dans le tableau. L'élément enrichi en rotations seulement, avec 4 points de collocation est le plus performant sur cet exemple. Lorsqu'on enrichit le champ de déplacement transverse, en dépit de la souplesse apportée par l'enrichissement de l'espace d'approximation des déplacements, la nécessité de modifier le schéma de collocation conduit à une sur-estimation de la raideur sur un maillage grossier.

Lorsque qu'il n'y a plus que 3 éléments pour mailler la plaque (16 mm de paramètre de maille, ce qui est déjà relativement fin pour une voiture complète) les éléments-finis classiques verrouillent en cisaillement: c'était attendu car les conditions aux limites interdisent tout autre mode de déformation à certains éléments. Les éléments-finis enrichis fournissent une meilleure évaluation de la raideur sur cet exemple simple.

3.6.2 Double oméga

Dans cette section, nous illustrons l'application à une structure typique de test des liaisons par points chez Peugeot Citroën Automobiles, utilisée pour représenter les corps creux que l'on retrouve sur une structure d'automobile. Le double oméga est une éprouvette composée de deux tôles soudées par des PSE sur des bords tombés, et que l'on sollicite en torsion. La configuration déformée calculée est représentée sur la figure 9. Le modèle reproduit bien les flexions connues des bords tombés autour des points de soudure pour ce mode de sollicitation global. Par contre les rotations relatives des tôles autour des axes de points de soudure, voir la figure 10, ne sont pas observées expérimentalement et sont dues à la trop faible raideur de drill.

3.7 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté un élément-fini de coque à 4 nœuds enrichi adapté à la modélisation des structures soudées par points de soudure électrique. L'élément permet de calculer une raideur de structure plus réaliste même sur un maillage grossier, en incorporant des déformations locales de la tôle autour des points de soudure. La technique de liaison par multiplicateurs de Lagrange permet de plus à cet élément de représenter un

² On utilise ici le terme de raideur pour une sollicitation globale par analogie avec le travail de Beniguel [1]. Il est à noter que la valeur donnée est strictement équivalente, à un facteur 1/2 près, à une énergie globale de déformation pour une sollicitation macroscopique donnée, puisque tous les calculs sont faits pour un déplacement unitaire imposé. Néanmoins, les mécaniciens automobiles étant plus familiers de la notion de raideur que de celle d'énergie de déformation, nous utiliserons le terme de raideur par la suite.

Tableau 1. Comparaison des raideurs en déplacement et en rotation pour un point de soudure isolé, en fonction du type d'élément utilisé. Dans l'ordre : élément standard, élément enrichi en rotations, élément enrichi en rotations et déplacement transverse.

			3×3	3×3	5×5	5×5	7×7	7×7
ψ^r	ψ^u	\triangleright	K_Γ	K_{u_z}	K_Γ	K_{u_z}	K_Γ	K_{u_z}
/	/	4 pts	$2,1 \times 10^8$	$1,42 \times 10^3$	$4,5 \times 10^5$	$5,1 \times 10^2$	$2,7 \times 10^5$	$4,1 \times 10^2$
ψ_{1-4}^r	/	4 pts	$5,0 \times 10^7$	$5,43 \times 10^2$	$2,1 \times 10^5$	$3,5 \times 10^2$	$1,6 \times 10^5$	$3,7 \times 10^2$
ψ_{1-4}^r	ψ_1^u	6 pts	$3,3 \times 10^7$	$5,39 \times 10^2$	$3,7 \times 10^5$	$3,1 \times 10^2$	$2,2 \times 10^5$	$3,1 \times 10^2$
Maillage de référence			$1,46 \times 10^5$	$3,6 \times 10^2$	$1,46 \times 10^5$	$3,6 \times 10^2$	$1,46 \times 10^5$	$3,6 \times 10^2$

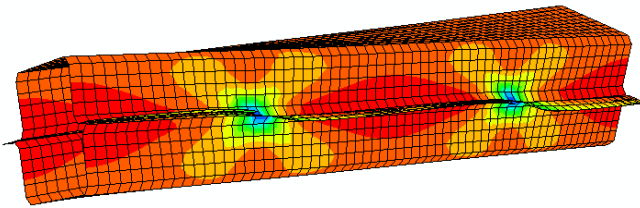


Fig. 9. Déformée de la structure pour un chargement de torsion globale (le code couleur correspond au cisaillement dans le plan de la tôle).

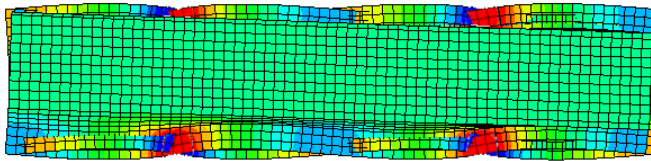


Fig. 10. Déformée de la structure pour un chargement de torsion globale (le code couleur correspond à la rotation autour de la normale au plan de la figure).

point de soudure entre deux maillages indépendants et incompatibles.

Le principal intérêt de cette modélisation est la possibilité de représenter un PSE sur un maillage prédéfini. La principale limite de cette approche est liée à l'impossibilité de construire une modélisation qui, à la fois donne une raideur physique en torsion des points de soudure, et à la fois ne présente pas de verrouillage en flexion pour des assemblages de coques non plans.

La combinaison de fonctions d'enrichissement la plus intéressante semble être un enrichissement des champs

de rotations seuls, sans modification du traitement du cisaillement transverse. Les prédictions du modèle en terme de raideur et de déformées permettent de retrouver les solutions obtenues sur un maillage beaucoup plus fin pour les premiers exemples numériques traités.

Références

- [1] J.F. Beniguel, Modélisation du comportement mécanique des assemblages de structures soudées, Ph.D. thesis, École Normale Supérieure, Cachan, France, 2002
- [2] Abaqus Inc., Abaqus v6.4 Theory Manual, 2003
- [3] J. Simo, M. Rifai, A class of mixed assumed strains methods and the method of incompatible modes, *Int. J. Num. Meth. Eng.* 29 (1990) 1595–1638
- [4] O. Zienkiewicz, R. Taylor, *The Finite Element Method, 1, The basics*, Butterworth-Heinemann, 2000
- [5] J. Melenk, I. Babuska, The partition of unity finite element method: Basic theory and applications, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 139 (1996) 289–314
- [6] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko, A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Num. Meth. Eng.* 46 (1999) 131–151
- [7] N. Sukumar, P.J.-H., Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method, Part I: Computer implementation, *Int. J. Solids Struct.* 40 (2003) 7513–7537
- [8] T. Strouboulis, K. Copps, I. Babuska, The generalized finite element method, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 190 (2000) 4081–4193
- [9] S.P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, *Theory of plates and shells*, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, 1959
- [10] J.-L. Fayard, Dimensionnement à la fatigue polycyclique de structures soudées, Ph.D. thesis, École Polytechnique, Palaiseau, France, novembre 1996