

## Étude numérique de la formation des soufflures dans le cas du moulage gravitaire avec coulée en source

MOEZ HAMMAMI<sup>a</sup>, MOUNIR BACCAR ET MOHAMED MSIEDDI

Unité de dynamique des fluides numérique et phénomènes de transfert, Département de génie mécanique, École nationale d'ingénieurs de Sfax, Route de Sokra, BP W 3038 Sfax, Tunisie

Reçu le 10 septembre 2007, accepté le 10 novembre 2008

**Résumé** – Dans ce travail, une étude bidimensionnelle du moulage par gravité avec coulée en source est entreprise par voie de simulation numérique. Le but de l'étude est de montrer les principales causes de la formation des soufflures dans les pièces moulées avec un tel procédé. La première partie de notre travail est consacrée à l'étude du jet libre à partir d'un bassin en vue d'optimiser la forme de la descente de coulée. Dans la deuxième partie, nous avons entrepris la simulation du remplissage d'un moule rectangulaire. Les équations de continuité, de mouvement et de matière régissant le comportement hydrodynamique du métal coulé, ont été résolues par la méthode des volumes finis. Pour prédire l'évolution du front de matière, la méthode de Volume de Fluide VOF a été utilisée. Nous avons analysé l'influence de la hauteur du bassin sur la forme du jet, et nous avons montré dans le cas de la coulée en source, l'importance de l'inclinaison de la surface des descentes du système d'attaque. Aussi, dans ce travail, nous avons étudié l'évolution temporelle de l'écoulement liquide au cours du remplissage d'une cavité rectangulaire en fonction de la vitesse de remplissage. Nous avons trouvé que l'augmentation du débit de coulage favorise la formation des pièges d'air ce qui engendre inévitablement des soufflures dans la pièce finale. Les résultats numériques obtenus sont validés par des comparaisons avec des résultats analytiques et expérimentaux antérieurs.

**Mots clés** : Moulage / soufflures / descente de coulée / jet libre / surface libre / méthode volume de fluide VOF / méthode volumes finis

**Abstract** – Numerical study of air entrapment formation in the gravity bottom casting case. In this work, a numerical model has been developed for the 2D simulation of the gravity bottom casting. Our objective is to show the main causes of the air entrapment formation in pieces obtained with this process. The first part of our work studies the jet from the basin draining orifice. In the second part, we simulate the filling of a rectangular mold. The governing equations, i.e., the continuity, momentum conservation and fluid transport equations, can be solved by the finite volume method. In order to determine the locations of the free surface, volume of fluid method VOF was adopted. The influence of the basin height on the jet form is examined and we have proved that the inclination of the surfaces of the sprue system is of a great importance to achieve a successful moulding process. Also, in this work, we have studied the temporal evolution of the liquid flow in the filling problem case as a function of the filling speed. It is found that an increase of the filling speed advantages the air entrapment formation. Finally, numerical results have been compared with analytic solution and existing experimental data and a satisfactory agreement has been found.

**Key words**: Moulding / air entrapments / sprue / jet / free surface / volume of fluid (VOF) method / finite volume method

<sup>a</sup> Auteur pour correspondance : [hammamioez2003@yahoo.fr](mailto:hammamioez2003@yahoo.fr)

## Nomenclature

$F$	Fraction de volume
$g$ (m.s <sup>-2</sup> )	Accélération de pesanteur
$h$ (m)	Hauteur du bassin
$H$ (m)	Hauteur du jet
$\vec{J}_\Phi$	Densité de flux
$L_{\text{réf}}$	Longueur de référence
$P$ (Pa)	Pression
$S$ (m <sup>2</sup> )	Section
$S_\Phi$	Terme source
$t$ (s)	Temps
$U$ (m.s <sup>-1</sup> )	Composante horizontale de vitesse
$W$ (m.s <sup>-1</sup> )	Composante verticale de vitesse
$\vec{V}$ (m.s <sup>-1</sup> )	Vecteur vitesse
$V_{\text{réf}}$	Vitesse de référence
$X$ (m)	Coordonnée horizontale
$Z$ (m)	Coordonnée verticale
$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	Masse volumique
$\mu$ (Pa.s)	Viscosité dynamique
$\Delta t$ (s)	Pas de temps du calcul
$\Omega$ (m <sup>3</sup> )	Volume de contrôle
$\Phi$	Propriété transportable
$\Gamma_\Phi$	Rapport du transfert par diffusion moléculaire au transfert convectif
$\sigma$	Coefficient de tension superficielle
$Bo = \frac{\rho g L_{\text{réf}}^2}{\sigma}$	Nombre de Bond
$We = \frac{\rho L_{\text{réf}} V_{\text{réf}}^2}{\sigma}$	Nombre de Weber

## 1 Introduction

Les pièges d'air, appelés aussi soufflures, sont des défauts qui peuvent apparaître sous forme de cavités à parois lisses lors d'une opération de moulage. Ces soufflures sont des gaz retenus mécaniquement par insuffisance d'évacuation d'air de l'empreinte par les événements, ou encore entraînés à la coulée. Les causes qui entraînent l'apparition de ces soufflures sont le manque d'évent, la coulée en chute, ou encore l'apparition de vortex dans l'écoulement. Le bon choix des paramètres de remplissage et des différentes parties du moule, peut contribuer à l'élimination de ces défauts. Parmi ces paramètres, on peut citer la forme et les dimensions de la descente de coulée dans le cas de moulage gravitaire en source, ainsi que la vitesse de remplissage du moule.

D'autre part, l'optimisation de ces paramètres reste difficile en l'absence d'un outil qui permet de prévoir l'évolution du front de matière lors du remplissage. Ainsi, différentes méthodes numériques ont été utilisées par différents chercheurs en vue de l'étude de l'évolution temporelle du front de matière pendant le remplissage des moules. Parmi ces méthodes, une approche bidimensionnelle permettant l'étude de la propagation de la surface libre pendant le remplissage des moules avec du métal fondu, a été développée par Zaidi et al. (1996) [1]. Pour déterminer l'évolution du front du métal au cours du temps, ces auteurs ont utilisé la méthode de marqueurs

et de cellules (MAC). D'après ces auteurs, le principe consiste à introduire dans chaque élément de volume plein, un certain nombre de particules fictives appelées marqueurs. Chaque marqueur se déplace avec le fluide conformément à la règle suivante :

$$x_m(t + \Delta t) = x_m(t) + V_m \Delta t,$$

où  $x_m(t)$  et  $x_m(t + \Delta t)$  sont les positions respectives du marqueur  $m$  aux instants  $t$  et  $t + \Delta t$ , et  $V_m$  la vitesse du marqueur dans la direction  $x_m$  dans l'intervalle de temps  $[t, t + \Delta t]$ .

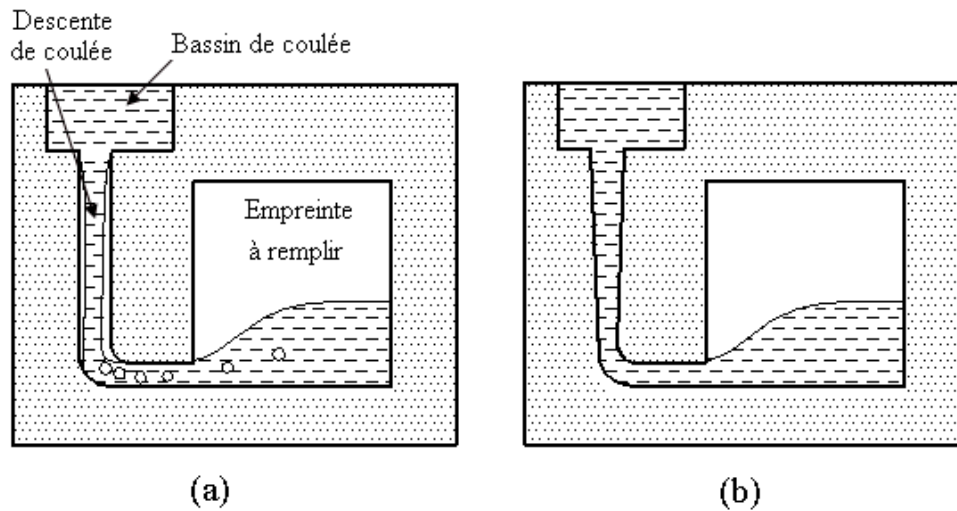
La surface libre est alors déterminée en repérant les éléments de volume contenant au moins un marqueur et entourés au moins d'un élément vide.

Une autre approche de prédiction de la propagation du front, appelée « Eulerian–Lagrangian Arbitraire (ALE) » a été développée par Ramaswamy et Kawahara [2]. Cette même approche a été utilisée ultérieurement par d'autres auteurs : Muttin et al. [3], Lewis et al. [4] et Bellet et Fachinotti [5]. Dans cette approche, on procède à une régénération plus ou moins fréquente du maillage permettant de situer la surface libre sur la limite du domaine de calcul. Rappelons que dans les autres méthodes, on envisage un resserrement du maillage et une interpolation d'ordre élevé pour pouvoir calculer la courbure de la surface libre. Ainsi, l'avantage principal de l'approche ALE est que la surface libre est suivie avec précision, ce qui convient pour les situations où la tension de surface a l'effet dominant. En utilisant cette approche, Lewis et al. [6] ont étudié le déplacement de métal et les transferts de chaleur lors de moulage-forgeage. Dans leur étude, le déplacement de métal est divisé en un certain nombre de sous-cycles. Dans chaque sous-cycle, la configuration est supposée être statique et un maillage éléments-finis fixe est généré.

De même, pour chercher l'évolution de la surface libre lors du remplissage des moules, Bourg et al. [7], Barkhudarov et al. [8], Waite et Samonds [9] et Codina et al. [10], ont utilisé la méthode des Volumes de Fluide (VOF) (Hirt et Nichols [11]. Aussi, Shin et Lee [12] ont utilisé la même méthode pour chercher l'évolution temporelle de la surface libre lors du moulage gravitaire avec coulée en chute. Mirbagheri et al. [13] ont étudié l'effet de la contre pression de l'air sur le remplissage d'un moule en sable en utilisant la méthode VOF. Cette même méthode est également adoptée par des codes industriels tels que Magmasoft [14] et Procast [15]. Cette approche est basée sur le concept des cellules donneuses et accepteuses et sur l'évaluation des flux de matière entre les éléments de volumes voisins. Une fonction scalaire dite fraction de volume, est employée pour localiser le front à chaque pas de temps. Simultanément, une équation de transport hyperbolique est résolue pour poursuivre le déplacement du front du métal de façon continue.

Dans ce travail, on se propose d'utiliser la méthode VOF afin d'étudier par voie numérique les deux principales causes d'apparition des soufflures dans le cas du moulage gravitaire avec coulée en source (Fig. 1).

L'une des causes d'apparition des soufflures est la mauvaise conception de la forme de la descente de coulée.



**Fig. 1.** (a) Entraînement d'air dans les descentes de coulée. (b) Forme appropriée de la descente de coulée respectant le resserrement naturel de l'écoulement.

En effet, si le rayon de la descente reste constant au cours de la chute du métal coulé, ce liquide tend à se restreindre dans le canal et donc à s'en séparer. Mais puisque la mouillabilité entre paroi et métal s'oppose à cette séparation, nous allons avoir en conséquence une cavitation qui forme des bulles d'air au point de séparation. Ces bulles d'air vont être entraînées par l'écoulement à l'intérieur de l'empreinte créant ainsi des soufflures (Fig. 1). Ainsi, la première partie de ce travail est consacrée à l'étude du jet libre à partir du bassin de coulée.

D'autre part, si la vitesse de remplissage du moule est importante, on risque aussi d'avoir des soufflures dans l'empreinte. En effet, la création de vortex dans l'écoulement contribue à l'apparition de zones fermées remplies d'air. Ainsi, dans la deuxième partie de ce travail, on se propose d'étudier l'effet de la vitesse d'alimentation sur l'opération de remplissage d'un moule rectangulaire.

Dans cette étude, les équations de Navier-Stokes régissant le comportement hydrodynamique du liquide coulé, sont résolues par la méthode des volumes finis. D'autre part, des comparaisons avec des études analytiques et expérimentales seront présentées.

## 2 Formulation mathématique

On suppose que le courant du métal liquide admet un comportement rhéologique newtonien et que le régime d'écoulement est laminaire. Aussi, on admet que le métal reste à l'état liquide (il n'a pas de changement de phase) au cours du remplissage. D'autre part, les équations régissant le comportement hydrodynamique du métal coulé, s'écrivent en 2D sous une forme qui s'apprête à la discrétisation par la méthode des volumes finis (Patankar [16]) comme suit :

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho \vec{V} U - \mu \overrightarrow{\operatorname{grad}} U) - \frac{\partial P}{\partial X} \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial W}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho \vec{V} W - \mu \overrightarrow{\operatorname{grad}} W) - \frac{\partial P}{\partial Z} - \rho g \quad (3)$$

La résolution de ces équations est entreprise uniquement pour le métal coulé. En réalité, le métal liquide déplace l'air dans le domaine étudié, mais l'effet de la résistance de l'air est négligeable. Ainsi, dans ce travail, il n'y a pas d'interaction entre le fluide et l'air et une contrainte nulle est admise à la surface libre comme condition aux limites [17,18]. En effet, dans cette étude les nombres adimensionnels de Bond et de Weber, représentant respectivement le rapport des forces gravitationnelles et celui des forces d'inertie par rapport aux forces de tension de surface, sont élevés ( $Bo \gg 1$  et/ou  $We \gg 1$ ) donc les contraintes superficielles peuvent être négligées [19,20].

La résolution des équations de continuité, de mouvement et de fraction fluide, est fondée sur la méthode de discrétisation aux volumes finis. La technique envisagée consiste à découper le domaine de calcul en volumes élémentaires. L'équation de transport à résoudre est alors intégrée sur chacun de ces volumes exprimant ainsi le bilan des densités de flux  $\vec{J}_\Phi$  de la variable transportable  $\Phi$ .

$$\iiint_{\Omega} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dv = - \iiint_{\Omega} \operatorname{div} \vec{J}_\Phi dv + \iiint_{\Omega} S_\Phi dv \quad (4)$$

où :

–  $\vec{J}_\Phi$  désigne la densité de flux convectif et diffusif de la propriété  $\Phi$  qui peut désigner la quantité de mouvement, la fraction fluide ou encore la pression.

$$\vec{J}_\Phi = \Phi \vec{V} - \Gamma_\Phi \overrightarrow{\operatorname{grad}} \Phi \quad (5)$$

–  $\Gamma_\Phi$  est une grandeur sans dimension représentant le rapport du transfert par diffusion moléculaire au transfert convectif.

- $S_{\Phi}$  représente l'ensemble des termes sources relatifs à la propriété  $\Phi$ .

Nous avons utilisé un maillage décalé uniforme, permettant le calcul des composantes de vitesse aux interfaces entre les volumes adjacents. La pression  $P$  est calculée sur la grille principale, alors que les composantes ( $U$  et  $W$ ) de vitesse sont déterminées sur des grilles décalées différemment. Cette pratique permet d'améliorer la précision spatiale tout en conservant le même espacement de maillage. En utilisant le schéma aux directions alternées, le système d'équations algébriques assorti des conditions aux limites forme une matrice tridiagonale résolue par l'algorithme de Thomas. Le couplage pression-vitesse repose sur l'algorithme SIMPLE dû à Patankar (1980) [16].

### 3 Formulation mathématique de la détermination de l'évolution du front de matière à l'aide de la méthode VOF

Pour déterminer l'emplacement de la surface libre, nous avons utilisé la méthode des Volumes de Fluide (VOF). Dans cette méthode, une nouvelle fonction  $F$  est introduite pour représenter la fraction du volume remplie par le liquide par rapport au volume total de la cellule. Ainsi,  $F$  est égale à 1 pour une cellule remplie de liquide, et égale à 0 dans le cas où la cellule est vide. La surface libre peut être alors localisée sur les éléments de volumes partiellement remplis auxquels sont affectées des valeurs de  $F$  comprises entre zéro et l'unité. L'équation de transport de  $F$  est la suivante :

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\text{div}(\vec{V} F) \quad (6)$$

Afin de localiser la surface libre avec précision, la résolution de l'équation (6) nécessite l'évaluation des valeurs de  $F$  sur les faces de chaque volume de contrôle pour calculer le bilan de matière. Ainsi, pour la bonne prédiction des mouvements du front, il faut tenir compte de la présence de plusieurs cas de configurations possibles. Quelques exemples de configurations sont présentés sur la figure 2.

Dans la configuration (a) de la figure 2, les deux éléments adjacents se trouvent dans la région liquide, et la fraction de fluide  $F_{\text{in}}$  à l'interface est égale à 1. Dans le cas (b), les deux éléments adjacents se trouvent en dehors de la région liquide (il n'y a pas de liquide dans ces éléments), par suite  $F_{\text{in}}$  est égale à 0. Mais, dans les configurations (c) et (d), la détermination des valeurs de  $F_{\text{in}}$  n'est pas évidente : le flux à travers la frontière dépend non seulement de la fraction  $F$  de liquide dans ce volume, mais également de l'orientation de la surface libre. Les informations sur cette orientation sont fournies par les fractions aux niveaux des quatre volumes de contrôle voisins (Shin et Lee) [12].

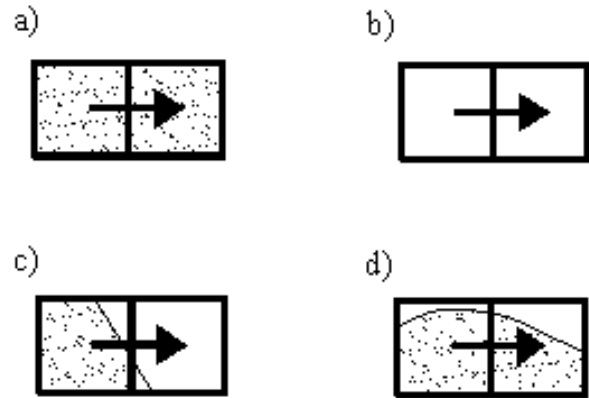


Fig. 2. Exemples de configurations possibles.

Sur la figure 3, quelques exemples de configurations pour la surface libre sont montrés. Chaque volume de contrôle est classé en tant que donneur ou accepteur suivant le signe de la vitesse. En amont, l'élément est défini en tant que donneur, et l'élément en aval est l'accepteur. Dans la méthode VOF, la valeur de la fraction de fluide  $F_{\text{in}}$  à l'interface est égale à la fraction de volume du donneur  $F_{\text{D}}$  ou de l'accepteur  $F_{\text{A}}$  selon l'orientation de la surface libre. Si la surface libre se situe approximativement dans la direction perpendiculaire à la frontière entre l'élément donneur et accepteur, la fraction de volume du donneur est employée comme valeur de  $F_{\text{in}}$ . Aussi si  $F_{\text{D}}$  est égale à 1 ou à 0, on affecte à  $F_{\text{in}}$  la valeur de  $F_{\text{D}}$ . Si la surface est parallèle à la frontière ou inclinée,  $F_{\text{in}}$  est prise comme la fraction de volume de l'accepteur. La détermination de  $F_{\text{in}}$  repose sur la connaissance de  $F_{\text{D}}$  et  $F_{\text{A}}$ , ainsi que des fractions de volume des trois autres cellules voisines ( $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$ ) du donneur.

Le problème est simplifié en choisissant la fraction de volume du donneur ou de l'accepteur pour la détermination de la valeur  $F_{\text{in}}$ . Si le volume de contrôle jouxte les frontières du domaine de calcul, on ajoute un élément de volume imaginaire dont la fraction de volume est définie selon l'orientation déterminée par les éléments adjacents réels.

Une fois les fractions de volume aux interfaces et les flux dans chaque élément obtenus par la méthodologie décrite ci-dessus, la fraction de volume pour la nouvelle itération peut être calculée en utilisant l'équation (7) :

$$F_p^{n+1} = F_p^n + \frac{\Delta t}{\Omega_F} \times \left[ - \int_{\Sigma} F_{\text{in}}^n \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds \right] \quad (7)$$

Si l'on choisit un pas de temps  $\Delta t$  constant pour résoudre l'équation (7), il est possible que la fraction de volume devienne plus grande que l'unité ou plus petite que 0. Afin d'empêcher cette violation, une vérification doit être faite pour chaque itération (Annexe 1). L'algorithme de notre code de calcul est présenté dans l'annexe 2 montrant les étapes de calcul et les vérifications nécessaires.

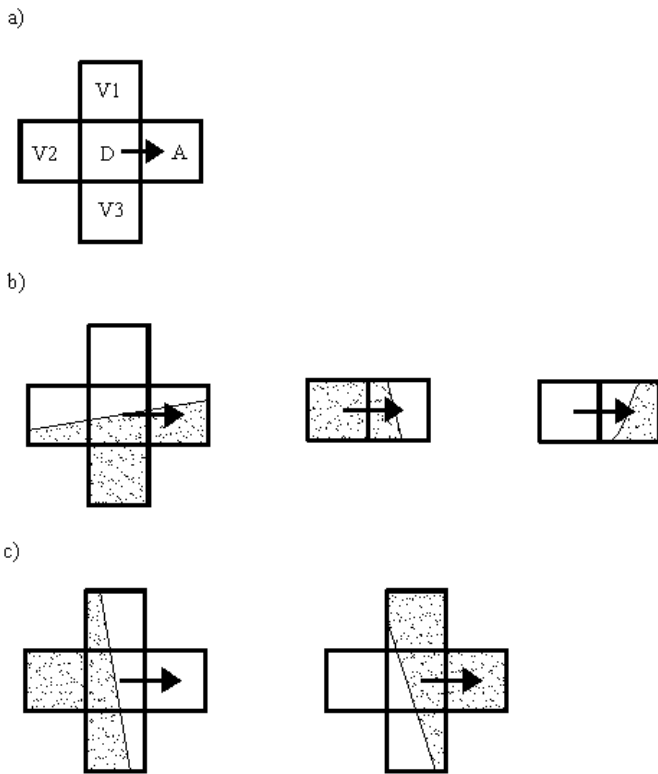


Fig. 3. Déterminations de  $F_{in}$  : (a) définition des éléments donneur et accepteur, (b) cas où  $F_{in} = F_D$ , et (c) cas où  $F_{in} = F_A$ .

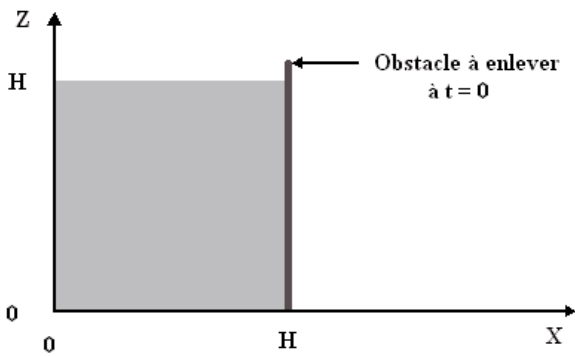


Fig. 4. Problème 2D de barrage cassé.

#### 4 Validation du code de calcul

La figure 4 montre le schéma d'un barrage cassé donnant lieu à une propagation d'un front d'écoulement libre. Il s'agit de l'étude du comportement hydrodynamique d'une colonne carrée d'eau ( $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\mu = 10^{-3} \text{ Pa.s}$ ,  $H = 0,057 \text{ m}$ ) se trouvant sous l'action de la gravité lorsque le barrage cède brusquement. Ce problème de barrage cassé a fait l'objet d'une étude expérimentale antérieure due à Martin et Moyce [21].

Les figures 5–8 représentent l'évolution de la surface libre aux instants  $t = 0,01$ ;  $0,06$ ;  $0,09$  et  $0,12 \text{ s}$

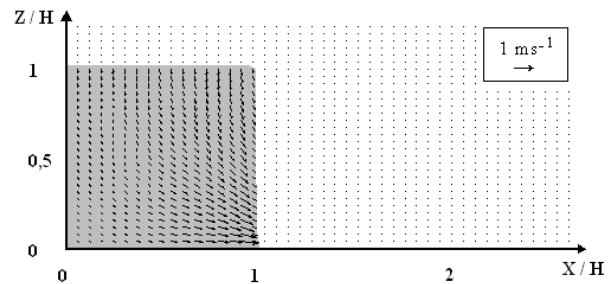


Fig. 5. Les vecteurs vitesse et la position du front à  $t = 0,01 \text{ s}$ .

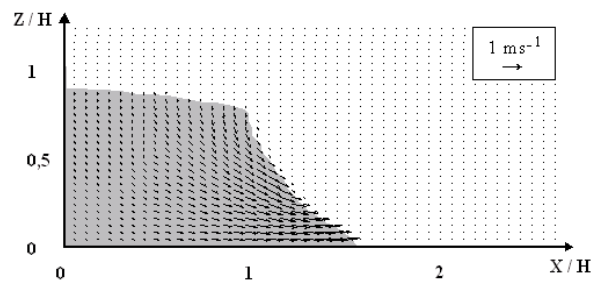


Fig. 6. Les vecteurs vitesse et la position du front à  $t = 0,06 \text{ s}$ .

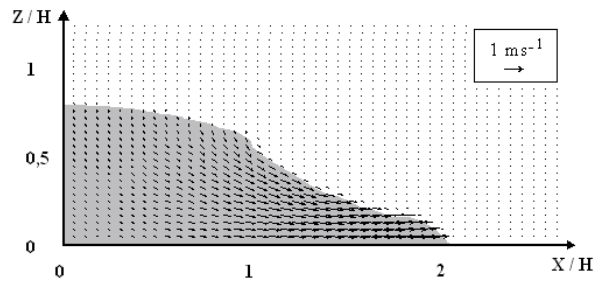


Fig. 7. Les vecteurs vitesse et la position du front à  $t = 0,09 \text{ s}$ .

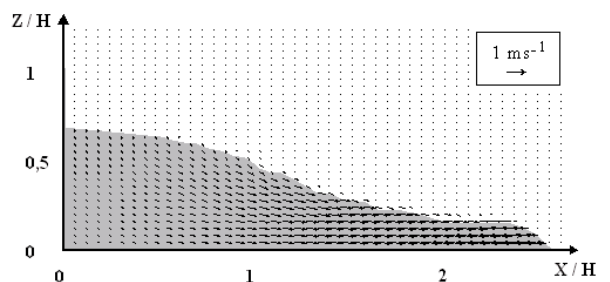


Fig. 8. Les vecteurs vitesse et la position du front à  $t = 0,12 \text{ s}$ .

respectivement. Sur ces mêmes figures, nous avons représenté les répartitions des résultantes de vitesse dans le courant liquide qui connaît au cours du temps, un aplatissement et une augmentation de sa vitesse de propagation.

Pour mener une comparaison avec les résultats expérimentaux, la figure 9 représente la fraction  $R_m$  de



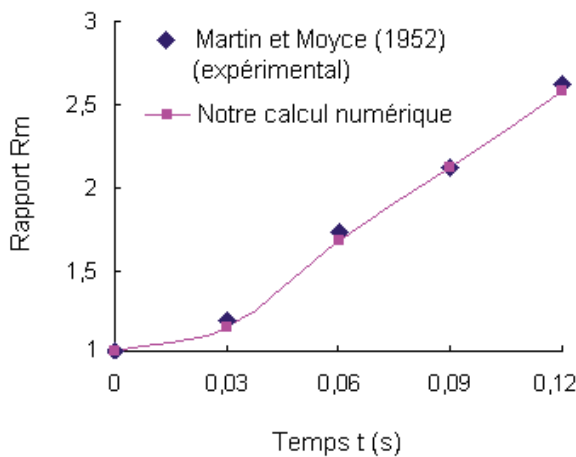


Fig. 9. Comparaison de la position du front déterminée par voie numérique avec celle obtenue par l'expérience.

la longueur de la partie mouillée du fond par rapport à  $H$  en fonction du temps. Nous pouvons remarquer sur cette figure l'effet de l'accélération de pesanteur sur l'augmentation de la vitesse du fluide au cours du temps. Les résultats présentés dans la figure 9, montrent une bonne concordance avec les données expérimentales. Une autre vérification a été faite en additionnant les quantités de liquide présentes dans les différents volumes de contrôles à l'instant initial et à la fin du calcul. Les mêmes montants ont été retrouvés dans les deux instants, ce qui permet d'affirmer qu'on a respecté la conservation de masse.

## 5 Résultats et discussions

Lors de cette étude, nous avons analysé quelques causes d'apparition des soufflures lors du moulage gravitaire avec coulée en source. Dans une première partie, nous avons étudié le comportement hydrodynamique d'un jet libre à partir d'un bassin en vue d'optimiser la forme de la descente de coulée. Dans la deuxième partie, une analyse de l'évolution temporelle de l'écoulement liquide au cours du remplissage d'une empreinte est présentée. L'analyse porte aussi sur l'effet de la vitesse d'alimentation sur la formation des pièges d'air lors du remplissage de l'empreinte.

### 5.1 Comportement hydrodynamique du métal liquide dans la descente de coulée

Dans cette partie, nous présentons une étude bidimensionnelle du comportement hydrodynamique d'un jet libre de hauteur  $H$  à partir d'un orifice de vidange d'un bassin de hauteur  $h$  supposé toujours plein (hypothèse vraie dans le cas d'un bassin de coulée au cours du remplissage d'un moule) (Fig. 10). Le fluide étudié est supposé newtonien et possède les caractéristiques physiques de l'aluminium liquide ( $\mu = 0,02 \text{ Pa}\cdot\text{s}$  et  $\rho = 2500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ).

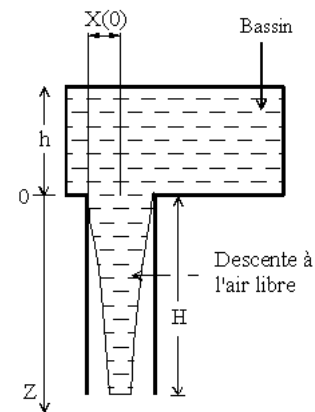


Fig. 10. Jet libre depuis un bassin.

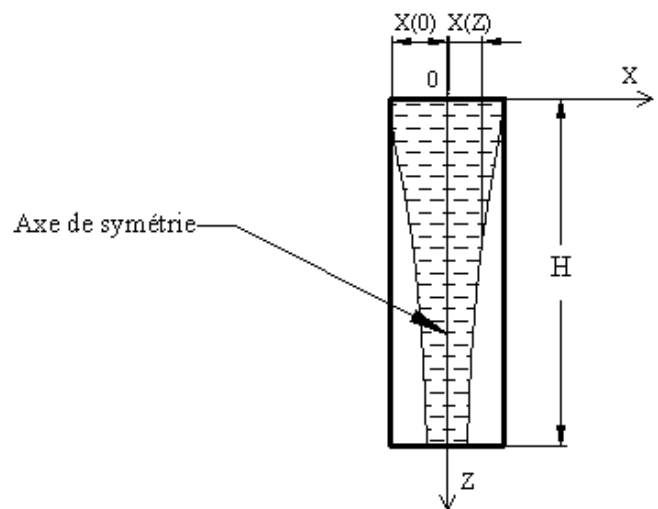


Fig. 11. Domaine de calcul.

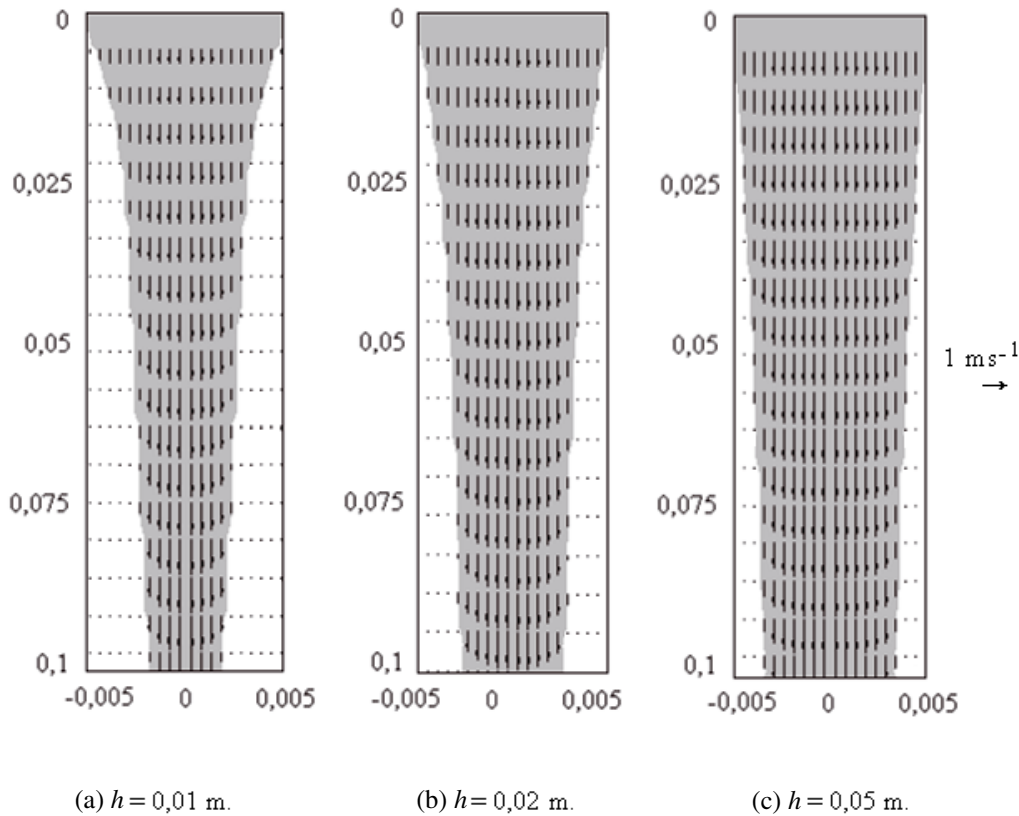
Par raison de symétrie, le domaine de calcul se réduit à la moitié du jet (Fig. 11). Quant aux conditions aux limites, nous supposons :

- une fraction de volume égale à 1 et une vitesse constante à l'entrée : la vitesse du fluide à l'orifice est donnée par :

$$W(0) = \sqrt{2gh} \quad (8)$$

- des vitesses et des flux de matière nuls sur les murs verticaux,
- une contrainte nulle à la surface libre,
- et des flux nuls pour  $U$ ,  $W$  et  $F$  sur la limite inférieure du domaine.

Pour montrer l'influence de la hauteur  $h$  du bassin sur la forme du jet en régime permanent, trois cas ont été étudiés :  $h = 0,01$  ;  $0,02$  et  $0,05 \text{ m}$ . Pour une hauteur  $H$  du jet de  $0,1 \text{ m}$  et  $X(0) = 0,005 \text{ m}$ , les figures 12a–c montrent les champs de vitesse et les positions du front de matière trouvés numériquement par notre code de calcul pour les différentes hauteurs précédentes. Ces figures indiquent que la section du jet  $S(Z)$  se réduit naturellement



**Fig. 12.** Champ de vitesse et position du front en écoulement libre depuis un bassin. (a)  $h = 0,01$  m ; (b)  $h = 0,02$  m et (c)  $h = 0,05$  m.

au cours de la chute. En effet, la section du jet liquide est réduite le long de l'écoulement, ce qui peut être expliqué par l'effet de l'accélération de pesanteur. D'autre part, nous remarquons que la variation de la section de la veine liquide diminue lorsque nous augmentons la hauteur du bassin.

Ce résultat trouvé numériquement peut être confirmé analytiquement en utilisant les équations de Bernoulli et de conservation de masse. En effet, dans le cas de la figure 10, ces équations donnent :

$$W(0) S(0) = W(Z) S(Z) = \sqrt{2g(h + Z)} S(Z) \quad (9)$$

avec  $S(0)$  et  $S(Z)$  deux sections à deux niveaux de l'écoulement, et  $W(0)$  et  $W(Z)$  les vitesses correspondantes.

En écoulement 2D, la relation (9) s'écrit comme suit :

$$\frac{X(Z)}{X(0)} = \sqrt{\frac{h}{h + Z}} \quad (10)$$

Sur la figure 13, une comparaison est présentée entre le résultat analytique montrant la variation du rapport  $X(Z)/X(0)$  en fonction de la coordonnée verticale  $Z$  (tracé à l'aide de l'Éq. (10)) et le résultat numérique donné par notre code de calcul. Une bonne concordance a été trouvée, ce qui confirme les bonnes prédictions de notre code.

Bien que la forme du jet puisse être déduite par une méthode analytique (Éq. (10)), un manque d'informations locales précises et abondantes peut être souligné dans notre connaissance du comportement hydrodynamique du jet libre. Les figures 14 et 15 montrent respectivement, les profils des vitesses horizontale  $U$  et verticale  $W$  en fonction de  $X$  pour  $h = 0,01$  m, et ce pour différentes valeurs de  $Z$  égales à 0,05 ; 0,1 et 0,15 m. On remarque que la composante horizontale de vitesse  $U$  diminue en augmentant  $Z$ . D'autre part, la vitesse  $W$  n'est pas constante pour toute la section du jet (forme parabolique), et l'équation de conservation de masse n'est obtenue qu'en utilisant la vitesse moyenne dans chaque niveau.

Dans le cas d'une section cylindrique du canal de rayon  $R$ , la relation (10) devient :

$$\frac{R(Z)}{R(0)} = \sqrt[4]{\frac{h}{h + Z}} \quad (11)$$

Sur la figure 16, une comparaison est présentée entre le résultat analytique montrant la variation du rapport  $R(Z)/R(0)$  en fonction de la coordonnée verticale  $Z$  (tracé à l'aide de l'Éq. (11)) et le résultat numérique donné par notre code de calcul. Pour prédire la largeur de la veine fluide dans le cas axisymétrique, nous avons considéré une augmentation du volume des cellules de contrôles proportionnelle aux distances qui les séparent de

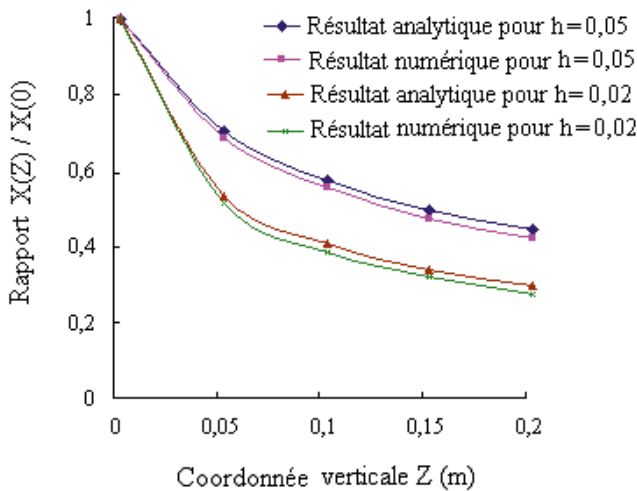


Fig. 13. Comparaison entre les résultats 2D analytiques et numériques.

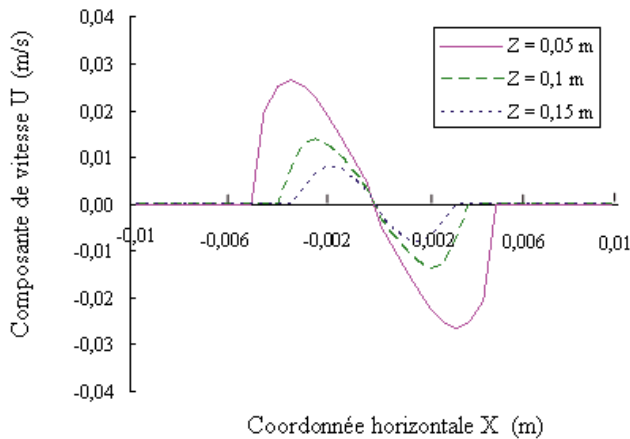


Fig. 14. Profils de vitesse horizontale  $U$  en fonction de  $X$  pour  $h = 0,01$  m.

l'axe de révolution du système. Aussi, d'après la figure 16, une bonne concordance a été trouvée.

Ce phénomène de variation de la section du jet au cours de la chute, peut être présent dans les descentes de coulée non optimisées en moulage par gravité. En effet, à cause de la variation de la section du jet au cours de la chute, les descentes de coulée du métal liquide en moulage par gravité, doivent avoir une réduction de section (dont le profil correspond au moins aux courbes de la figure 16 respectant l'Éq. (11)) pour ne pas avoir des pièges d'air dans ces zones lors du remplissage. Ces pièges d'air peuvent être par la suite transportés à l'intérieur de l'empreinte et causer des soufflures dans la pièce finale.

## 5.2 Comportement hydrodynamique du métal coulé dans l'empreinte

Dans ce qui suit, une analyse d'une opération de remplissage d'un moule dans le cas de la coulée en source

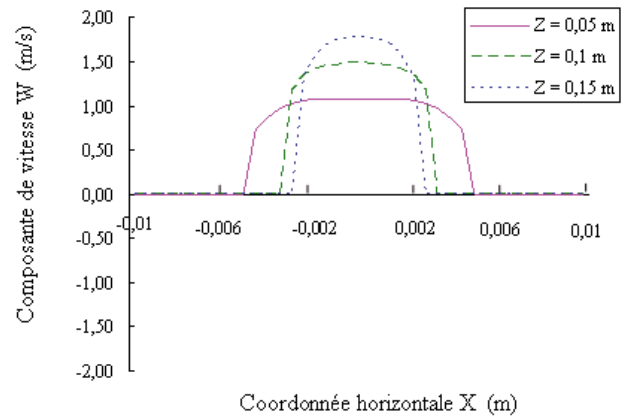


Fig. 15. Profils de vitesse verticale  $W$  en fonction de  $X$  pour  $h = 0,01$  m.

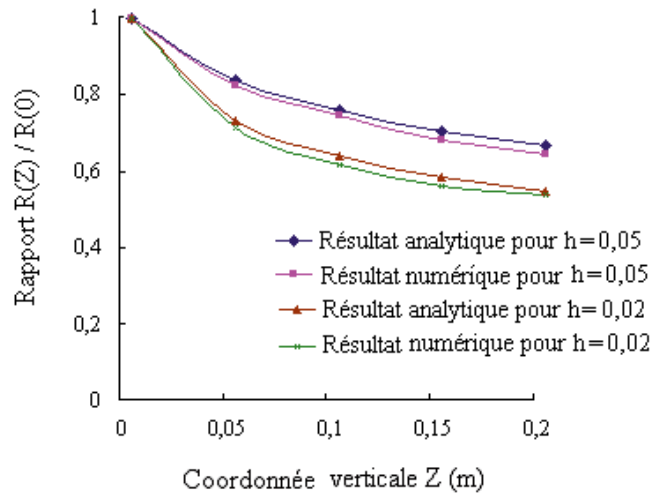


Fig. 16. Comparaison entre les résultats axisymétriques analytiques et numériques.

est entreprise dans différentes situations opératoires. L'étude vise la détermination de l'évolution temporelle de l'écoulement liquide au cours du remplissage d'un moule en fonction de la vitesse d'alimentation.

À cet effet, on se propose d'étudier le remplissage d'une cavité rectangulaire ( $0,05 \text{ m} \times 0,05 \text{ m}$ ) (Fig. 17). Le fluide étudié est supposé newtonien et possède les caractéristiques physiques de l'aluminium liquide ( $\mu = 0,02 \text{ Pa s}$  et  $\rho = 2500 \text{ kg.m}^{-3}$ ). Pour les conditions initiales, les fractions de volume et les vitesses sont nulles. Quant aux conditions aux limites, nous avons supposé que les parois sont imperméables, et nous avons imposé une vitesse constante à l'orifice d'entrée et une fraction de volume égale à 1 à l'entrée du métal liquide.

### 5.2.1 Évolution temporelle

Les figures 18 à 21 montrent l'évolution temporelle des champs de vitesse et du front de métal liquide respectivement aux instants  $t = 0,1$ ;  $0,3$ ;  $0,4$  et  $0,49$  s. La vitesse



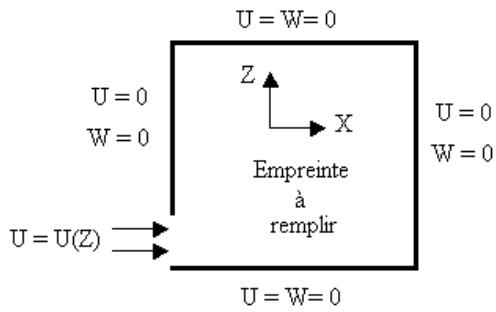


Fig. 17. Domaine de calcul et conditions aux limites.

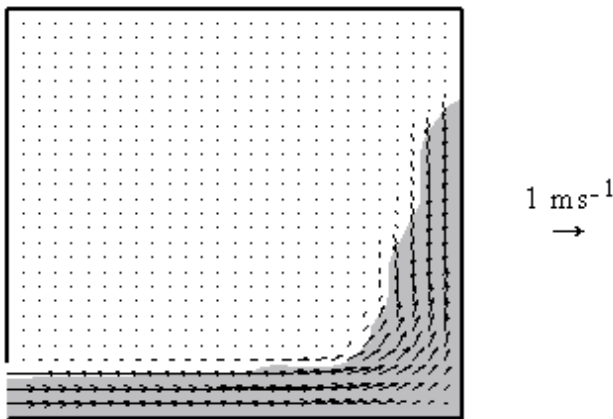


Fig. 18. Champ de vitesse et position du front de matière dans l'empreinte à  $t = 0,1$  s.

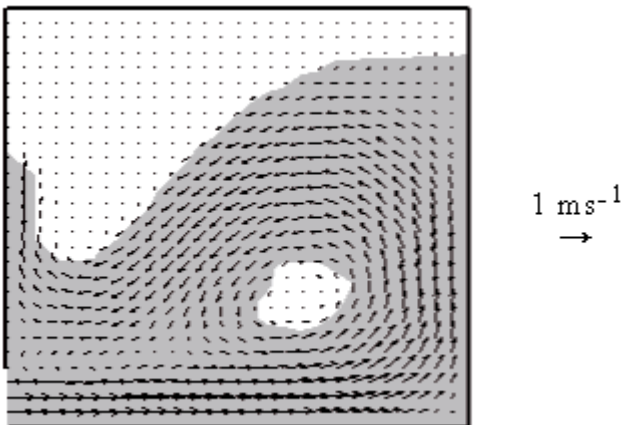


Fig. 19. Champ de vitesse et position du front de matière dans l'empreinte à  $t = 0,3$  s.

moyenne à l'entrée est fixée à  $1 \text{ m.s}^{-1}$  et la largeur de l'orifice d'alimentation est de  $0,005 \text{ m}$ .

Au début du remplissage, la pénétration de la veine liquide suit principalement la direction horizontale. Ensuite, comme le montre la figure 18, la veine liquide bifurque à l'encontre du mur vertical de la cavité pour générer un courant liquide ascendant le long de la paroi

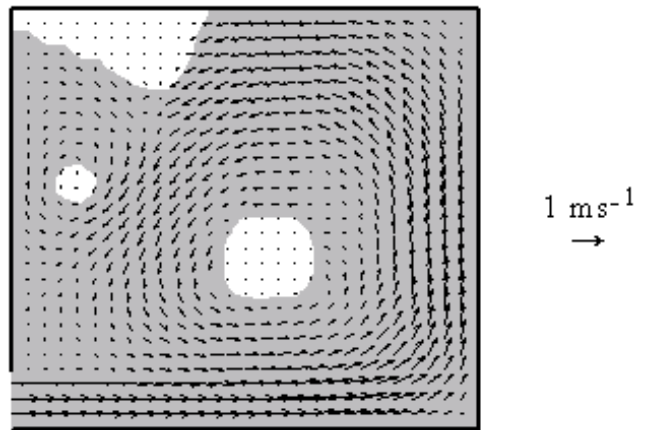


Fig. 20. Champ de vitesse et position du front de matière dans l'empreinte à  $t = 0,4$  s.

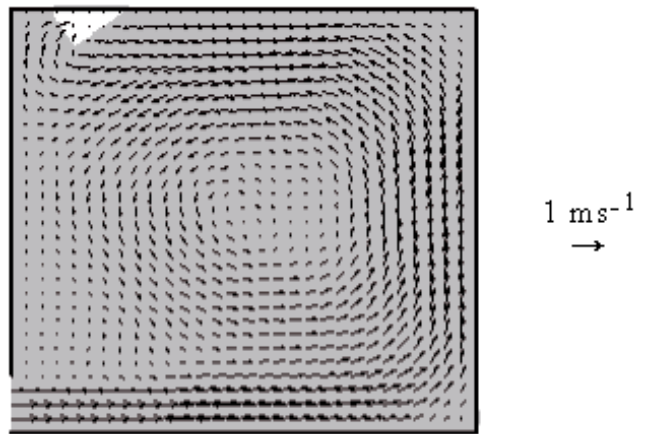
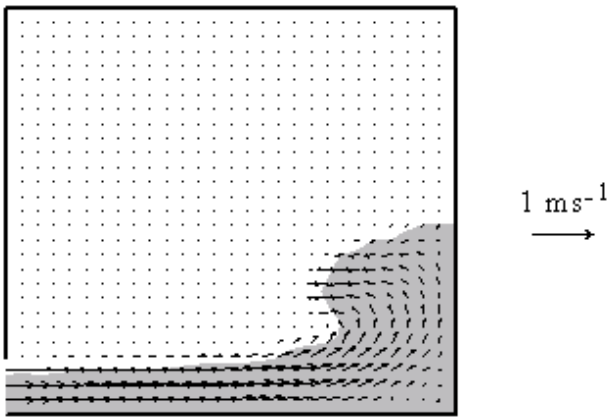


Fig. 21. Champ de vitesse et position du front de matière dans l'empreinte à  $t = 0,49$  s.

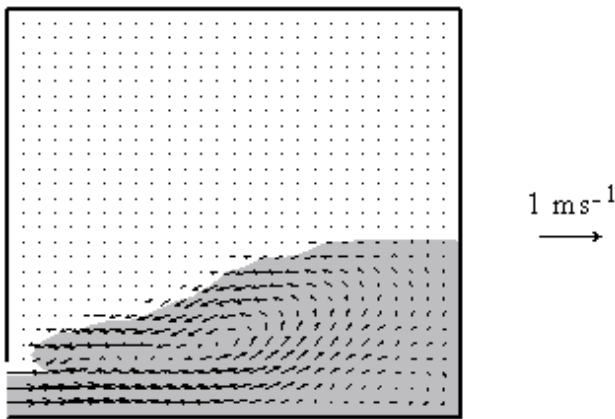
verticale de l'empreinte. Le déferlement de l'écoulement induit une zone fermée occupée par l'air qui peut potentiellement donner lieu à des poches d'air (Fig. 19).

Vers la fin du remplissage, on a signalé une tendance de fermeture du liquide sur une deuxième poche d'air (Fig. 20). Mais la figure 21 montre le remplissage presque complet de l'empreinte sans aucune anomalie (le remplissage complet se termine à  $t = 0,5$  s).

La modélisation d'un seul fluide sans tenir compte de la présence préalable d'air ou de l'interaction liquide-air, peut donc masquer la possibilité de formation de soufflures car on suppose lors de la simulation, du métal liquide ou du vide (qui peut être rempli au cours du temps). Cette approche peut être appliquée correctement dans le cas du moulage en sable des pièces minces car l'air peut s'échapper à travers les murs poreux du moule. Mais, dans le cas du moulage en moule permanent, cette approche doit être utilisée avec précaution pour détecter la fermeture d'une zone d'air au bon instant et signaler le risque d'avoir des soufflures.



**Fig. 22.** Champ de vitesse et position du front de matière dans l'empreinte à  $t = 0,2$  s.



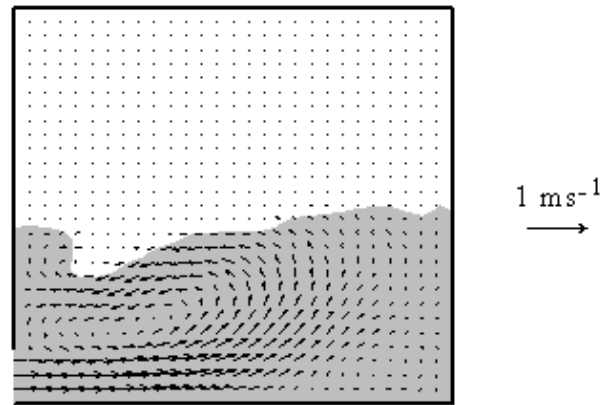
**Fig. 23.** Champ de vitesse et position du front de matière dans l'empreinte à  $t = 0,3$  s.

### 5.2.2 Effet du débit de coulage

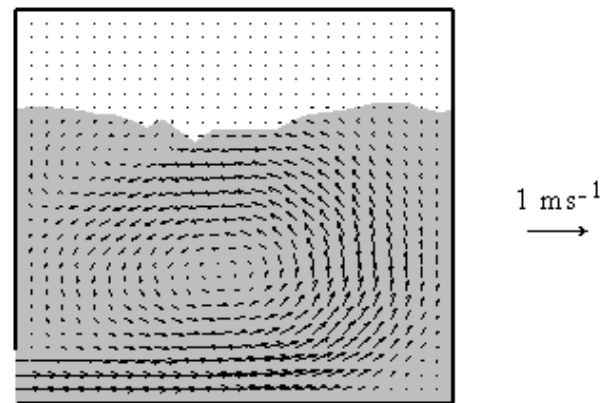
Dans cette section, on se propose de reproduire l'opération de remplissage de la cavité dans le cas d'une diminution de la vitesse d'alimentation (la réduction de la vitesse moyenne d'alimentation peut s'obtenir en diminuant la hauteur métallostatique de la descente de coulée). Les figures 22 à 26 montrent l'évolution des champs de vitesse et du front de métal respectivement aux instants  $t = 0,2$ ;  $0,3$ ;  $0,4$ ;  $0,6$  et  $0,9$  s pour une vitesse d'alimentation de  $0,5 \text{ m.s}^{-1}$ , la largeur de l'orifice d'alimentation étant égale à  $0,005 \text{ m}$ . Il apparaît d'après ces figures, que la diminution de la vitesse d'alimentation donne lieu à un remplissage en douceur, ce qui élimine totalement le risque de formation de poches d'air.

## 6 Conclusion

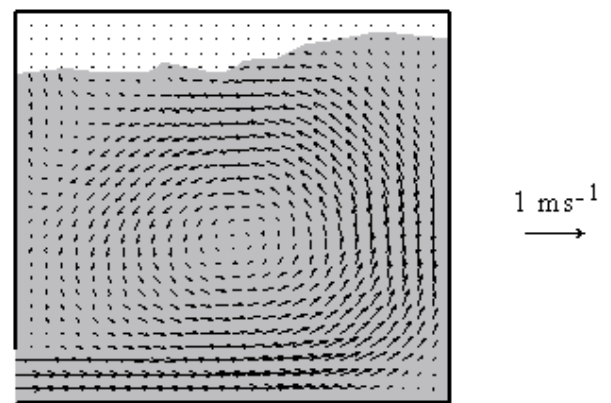
Ce travail a été consacré à la modélisation numérique bidimensionnelle du moulage par gravité dans le cas



**Fig. 24.** Champ de vitesse et position du front de matière dans l'empreinte à  $t = 0,4$  s.



**Fig. 25.** Champ de vitesse et position du front de matière dans l'empreinte à  $t = 0,6$  s.



**Fig. 26.** Champ de vitesse et position du front de matière dans l'empreinte à  $t = 0,9$  s.

de la coulée en source. La résolution des équations phénoménologiques couplées a permis de développer une analyse paramétrique se rapportant au comportement hydrodynamique du métal liquide à l'intérieur de la descente de coulée et dans une empreinte rectangulaire, et de prédire par la méthode VOF l'évolution du front de matière au cours du remplissage.

Dans cette étude, nous avons montré l'importance de l'inclinaison de la surface des descentes du système d'attaque pour empêcher l'apparition des soufflures lors du moulage par gravité avec coulée en source. Aussi, nous avons trouvé que l'augmentation du débit de coulage favorise la formation des pièges d'air et induit inévitablement des soufflures dans la pièce finale.

La comparaison des résultats obtenus par notre code de calcul avec des résultats analytiques et expérimentaux antérieurs, a montré une bonne concordance permettant d'affirmer l'efficacité de la méthode VOF dans la détermination du front de matière.

## Annexe 1 (Choix du pas de temps)

Si l'on choisit un pas de temps  $\Delta t$  constant, il est possible que la fraction de volume devienne plus grande que l'unité ou plus petite que 0. Afin d'empêcher cette violation, le calcul du pas de temps doit satisfaire les conditions suivantes :

- si le flux total à travers les interfaces est positif, le pas de temps  $\Delta t$  est tel que :

$$\Delta t \leq \frac{(1 - F_p^n) \Omega_F}{-\int_{\Sigma} F_{in}^n \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds} \quad (\text{A.1})$$

- si le flux total à travers les interfaces est négatif, le pas de temps  $\Delta t$  est tel que :

$$\Delta t \leq \frac{(0 - F_p^n) \Omega_F}{-\int_{\Sigma} F_{in}^n \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds} \quad (\text{A.2})$$

Pour tous les éléments de volume, le pas de temps devrait être choisi pour satisfaire simultanément, les relations (A.1) et (A.2). La valeur du pas de temps ainsi obtenue satisfait automatiquement la condition de l'écoulement :

$$\Delta t \leq \text{Min} \left( \frac{\Delta X}{U}, \frac{\Delta Z}{W} \right) \quad (\text{A.3})$$

## Annexe 2 (Algorithme de résolution)

L'approche numérique globale est récapitulée comme suit :

- (1) maillage du domaine entier,
- (2) résolution des équations qui régissent l'écoulement,
- (3) détermination des valeurs de  $F_{in}$  pour les différentes interfaces pour chaque élément en considérant l'orientation de la surface libre,
- (4) vérification des conditions (A.1) et (A.2) :
  - passage à l'étape (5) si  $\Delta t$  satisfait les conditions,

- retour à l'étape (2) avec une diminution de  $\Delta t$  si  $\Delta t$  ne satisfait pas les conditions (changement provisoire pour un seul passage),

- (5) calcul du flux de matière dans les volumes de contrôles et obtention de la fraction de volume pour le nouveau pas,
- (6) répétition des étapes (2)–(5) jusqu'à obtenir la condition de fin de calcul.

## Références

- [1] K. Zaidi, B. Abbas, C. Teodosiu, Finite element simulation of mold filling using marker particles and the k- $\epsilon$  model of turbulence, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 134 (1996) 241–247
- [2] B. Ramaswamy, M. Kawahara, Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for unsteady, convective, incompressible viscous free surface fluid flow, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 7 (1987) 1053–1075
- [3] F. Muttin, T. Coupez, M. Bellet, J.L.C. Chenot, Lagrangian finite element analysis of time dependent viscous free surface flow using an automatic remeshing technique applied to casting flow, *Int. J. Numer. Methods. Eng.* 36 (1993) 2001–2015
- [4] R.W. Lewis, S.E. Navti, C. Taylor, A mixed Lagrangian-Eulerian approach to modelling fluid flow during mould filling, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 25 (1997) 931–952
- [5] M. Bellet, V.D. Fachinotti, ALE method for solidification modelling, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 193 (2004) 4355–4381
- [6] R.W. Lewis, Z.Q. Han, D.T. Gethin, Three-dimensional finite element model for metal displacement and heat transfer in squeeze casting processes, *C. R. Mécanique* 335 (2007) 287–294
- [7] A. Bourg, A. Latrobe, P. Laty, G. Kreziak, C. Rigaut, Predicting the mold filling time with simulator, J.L. Chenot, R.D. Wood, (ed.) *O.C. Zienkiewicz, Proc. NUMIFORM'92 Int. Conf. on Numerical Modelling of Forming Processes*, Balkema, Rotterdam, 1992, pp. 777–785
- [8] M. Barkhudarov, H. You, J. Ortega, J. Beech, S.B. Chin, D.H. Kirkwood, Experimental validation and development of flow-3D for casting problems, *Proc. 6th Int. Conf. on Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes*, The Minerals Metals and Materials Society, Warrendale, PA, 1993, pp. 421–434
- [9] D.M. Waite, M.T. Samonds, Finite element free surface modelling, T.S. Pivonka, V. Voller, L. Katgerman, (ed.) *Proc. 6th Int. Conf. on Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes*, The Minerals Metals and Materials Society, 1993, pp. 357–364
- [10] R. Codina, U. Schafer, E. Onate, Mold filling simulation using finite elements, *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow* 4 (1994) 291–310
- [11] C.W. Hirt, B.D. Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.* 39 (1981) 201–225

- [12] S. Shin, W. Il Lee, Finite element analysis of incompressible viscous flow with moving free surface by selective volume of fluid method, *Heat and Fluid Flow* 21 (2000) 197–206
- [13] S.M.H. Mirbagheri, H. Esmaeileian, S. Serajzadeh, N. Varahram, P. Davami, Simulation of melt flow in coated mould cavity in the casting process, *J. Mat. Process. Technol.* 142 (2003) 493–507
- [14] Magmasoft, <http://www.magmasoft.com>, 2003
- [15] Procast, <http://www.calcom.ch/Products/Procast.html>, <http://www.ues-software.com/subhtm/products/procast.html>, 2003
- [16] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, McGraw Hill, New York, 1980
- [17] K. Ravindran, R.W. Lewis, Finite element modelling of solidification effects in mould filling, *Finite Elements in Analysis and Design* 31 (1998) 99–116
- [18] R. Tavakoli, R. Babaei, N. Varahram, P. Davami, Numerical simulation of liquid/gas phase flow during mold filling, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.* 196 (2006) 697–713
- [19] L. Duchemin, Quelques problèmes fortement non-linéaires de surface libre et leur résolution numérique, Université d'Aix-Marseille II, 2001
- [20] P. Héraud, Étude de la dynamique des bulles infinies : Application à l'étude de la vidange et du remplissage de réservoir, Université de Provence Aix-Marseille I, 2002
- [21] J.C. Martin, W.J. Moyce, An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, *Philos. Trans. Ser. A* 244 (1952) 312–324