

Conception automatique et optimisation des surfaces additionnelles pour le procédé d'emboutissage

KARL DEBRAY^a, MING DONG ET YING QIAO GUO

Laboratoire GRESPI/Mécanique Appliquée et Numérique EA no. 4301, Université de Reims Champagne-Ardenne, Moulin de la Housse, BP 1039, 51687 Reims Cedex 2, France

Reçu le 8 juillet 2010, accepté le 9 juillet 2010

Résumé – Lors de la fabrication, à l'aide d'un procédé d'emboutissage, de pièces en tôles minces telles que les carrosseries automobiles ou les composants d'électroménager, certaines surfaces doivent être ajoutées à la pièce désirée afin d'éviter des défauts comme la rupture, le plissement et la rayure. Ces surfaces additionnelles sont constituées de murs de protection et de surfaces sous serre-flan. L'objectif principal de cette étude est de proposer une méthodologie d'aide à la conception des surfaces additionnelles s'appuyant sur le développement d'une procédure numérique automatique de conception et d'optimisation de ces surfaces additionnelles dans le cadre d'un procédé d'emboutissage de tôles minces. La conception automatique des surfaces additionnelles s'appuie sur la création des courbes de profil et de surfaces de COONS. Ces surfaces sont ensuite maillées automatiquement et la simulation du problème d'emboutissage est résolue avec l'Approche Inverse. Enfin, les paramètres géométriques nécessaires à la création des surfaces sont optimisés afin de satisfaire des critères mécaniques propres au procédé d'emboutissage. Ces outils paramétriques de conception-simulation-optimisation permettent d'aboutir rapidement à des surfaces additionnelles optimales.

Mots clés : CAO / surface additionnelle / conception automatique / approche inverse / surface de réponse / optimisation

Abstract – **Automatic design and optimization of addendum surfaces for sheet forming process.** In the forming process of a thin sheet part such as the automobile bodies or the components of electric household appliances, some surfaces should be added to the desired part in order to hold the part and to avoid the defects such as the rupture, wrinkling and surface scratching. These addendum surfaces are mainly composed of protection walls and blank holder surfaces. The main aim of this study is to propose a methodology and the corresponding numerical tools for the automatic design and optimization of the addendum surfaces in the sheet forming process. The automatic design of addendum surfaces is based on the creation of the curves of profile and surfaces of COONS. These surfaces are then meshed automatically and the simulation of the stamping problem is solved with the Inverse Approach. Finally, the geometrical parameters necessary for the creation of surfaces are optimized in order to satisfy the mechanical criteria for the process of stamping. These parametric tools of design-simulation-optimization make it possible to quickly lead to optimal addendum surfaces.

Key words: CAD / addendum surface / automatic design / inverse approach / response surface / optimization

1 Introduction

Le procédé d'emboutissage consiste à fabriquer une pièce de forme complexe en déformant une tôle mince de faible épaisseur à l'aide d'outils tels que le

poinçon, la matrice et le serre-flan. Pendant le procédé, la tôle subit une grande transformation impliquant des phénomènes multi-physiques comme l'élasto-plasticité avec écrouissage et anisotropies, l'endommagement et la rupture, le contact et le frottement... Dans un tel procédé, de nombreux artifices peuvent être utilisés pour améliorer la formabilité de la tôle et la qualité de la pièce

^a Auteur pour correspondance :
karl.debray@univ-reims.fr

Nomenclature

SA	Surface additionnelle	
SMP	Surface mur de protection	
SREM	Surface rayon entrée matrice	
SSSF	Surface sous serre-flan	
\mathbf{P}_v	Vecteur tangent au contour inférieur de la pièce utile	
P, Q, R, S, T, U	Points caractéristiques de la courbe de profil	(°)
α	Angle inclinaison du mur de protection	(°)
β	Angle inclinaison du contour inférieur de la pièce utile	
γ	Angle utilisé pour construire le contour polygonal de la SSF	(°)
Cb	Centre du rayon d'entrée matrice	
Rb	Rayon d'entrée matrice	
Δ, Δ'	Normales utilisées pour déplacer la surface sous serre-flan	
Δ_{\max}	Épaissement maximum	%
Δ_{\min}	Amincissement maximum	%
h_e	Épaisseur élémentaire de la tôle après emboutissage	mm
h_0	Épaisseur initiale de la tôle	mm
J^{asp}	Fonction objectif d'aspect	m
u_i	Déplacement d'un nœud du contour inférieur	m
d_i	Distance entre un nœud du contour inférieur et le contour du rayon d'entrée matrice	m
h	Hauteur du mur de protection	m
b	Largeur de la surface sous serre-flan	m
C	Courbure de la surface sous serre-flan	m^{-1}
FSQP	Algorithme d'optimisation « Feasible Sequential Quadratic Programming »	
MSR	Méthode surface de réponse	
MLS	Méta modèle Moving Least Square	
KRIG	Méta modèle Kriging	
$\tilde{J}(x)$	Fonction approximée de la fonction objectif	
$\{x\}$	Point d'approximation du méta modèle	
$\{p(x)\}$	Fonctions de base polynomiales du méta modèle	
$\{a(x)\}$	Coefficients d'ajustement du méta modèle	
$\{J_i\}$	Fonction objectif réelle calculée au point $\{x_i\}$	
w_i	Fonction de pondération du méta modèle	
$\bar{\sigma}$	Contrainte plastique	Pa
ε^P	Déformation plastique	
μ	Coefficient moyen de Lankford	
r	Coefficient de friction	
F	Force de serrage	N
$C(t)$	Équation paramétrique des courbes du contour inférieur de la pièce utile	
$C^\times(t)$	Dérivée de l'équation paramétrique des courbes $C(t)$	
$S(u, v)$	Équation paramétrique des surfaces de la pièce utile	
$S_u(u, v)$	Dérivée par rapport au paramètre u de l'équation $S(u, v)$	
$S_v(u, v)$	Dérivée par rapport au paramètre v de l'équation $S(u, v)$	

souhaitée. Ces artifices sont soit des paramètres orientés mécaniques tels que le matériau, les forces de serrage, la forme et la position des jongs de retenus [1, 2], soit des aspects d'ordre géométrique tels que l'ajout de surfaces additionnelles (SA) et l'optimisation de la forme du flan initial [3–6].

Notre étude se focalise sur la conception automatique et l'optimisation des surfaces additionnelles (SA). Les SA ont une grande influence sur la formabilité et la qualité de l'embouti désiré. Une bonne conception des SA permet (i) de faciliter l'équilibre global de la tôle

(forces horizontales et avalement autour), (ii) de minimiser la quantité de matériau consommé, (iii) d'assurer une surface lisse sans rayure, (iv) et surtout d'éliminer les défauts (rupture, plissement, ...). À partir de cinq paramètres géométriques, nous proposons la procédure de conception automatique suivante : (i) création d'une surface serre-flan, (ii) création des courbes de profil entre la pièce utile et la surface serre-flan afin de décrire la forme des SA, (iii) création de surfaces de COONS à l'aide des courbes de profil et (iv) maillage de l'ensemble des surfaces. Une approche rapide nommée « Approche

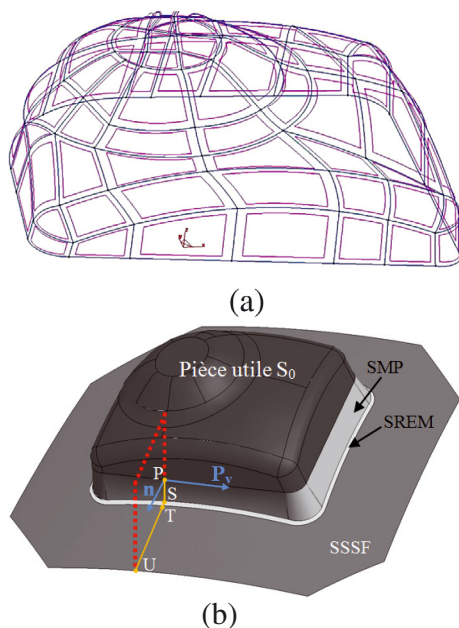


Fig. 1. Pièce utile et surfaces additionnelles (coupelle Twingo). (a) Pièce utile (NURBS). (b) Surfaces additionnelles.

Inverse » est utilisée pour la simulation de l'emboutissage. Une procédure paramétrique de conception-simulation-optimisation permet d'aboutir rapidement à des surfaces additionnelles optimales.

2 Conception automatique

2.1 Construction de la surface sous serre-flan

Les pièces utiles sont souvent représentées à l'aide de surfaces NURBS [7] issues d'un fichier IGS (Fig. 1a). Chaque surface est définie à l'aide d'un contour fermé comportant 3 à 5 courbes NURBS définies à l'aide de points de contrôle. Généralement, les SA se décomposent en trois parties (Fig. 1b) : les surfaces de mur de protection (SMP), les surfaces de rayon d'entrée matrice (SREM) et les surfaces sous serre-flan (SSSF).

Nous utilisons la librairie OpenCascade [8] pour faciliter la création des courbes et des surfaces. Nous créons d'abord la surface sous serre-flan. Celle-ci est construite sur la base d'un plan moyen déduit de la position des points caractéristiques du contour inférieur de la pièce utile. Ce plan peut ensuite être modifié afin d'introduire d'éventuelles courbures et de créer un contour polygonal pour la découpe du flan initial. Pour modifier la planéité, nous transformons le plan initialement créé en une surface NURBS de degré deux comportant neuf points de contrôle (Fig. 1a). Pour bomber le plan, nous déplaçons le point de contrôle central suivant la direction normale du plan initial. Cette approche permet d'adapter les courbures de la surface sous serre-flan pour ajuster l'avalement.

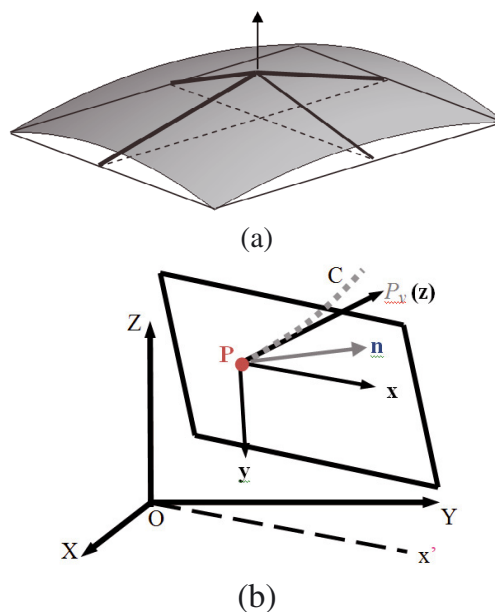


Fig. 2. Surface sous serre flan et plan de travail. (a) SSSF bombée. (b) Plan de travail.

2.2 Génération des surfaces du mur avec les courbes de profil

De nombreux points sont créés le long du contour inférieur de la pièce utile. Pour chacun de ces points (point P, Fig. 1b), les équations des courbes, des surfaces associées et de leurs dérivées $C(t)$, $C'(t)$, $S(u, v)$, $S_u(u, v)$, $S_v(u, v)$ sont utilisées pour générer le plan de travail puis la courbe de profil. Le plan de travail est perpendiculaire au contour dans lequel un repère local est défini par l'axe x parallèle au plan XOY et l'axe z suivant le vecteur tangent P_v (Fig. 2b). Il est à noter que les caractéristiques des plans servant de support à la construction des courbes de profil, sont calculées automatiquement dans l'espace tridimensionnel.

Les différentes parties géométriques de la courbe de profil sont illustrées dans la figure 3a. Les longueurs des segments PQ, RS et TU, les rayons R_b et R_h ainsi que l'angle d'inclinaison α du mur sont connus à chaque itération d'optimisation. Il reste alors à déterminer la position des points de raccords Q, R, S et T qui permettent d'assurer une continuité G_1 .

Les positions des points Q et R sont calculées à partir des angles α et β qui caractérisent respectivement l'inclinaison du mur et l'inclinaison de la tangente au point P de la surface du contour inférieur. Le calcul des points de tangence S et T, et la position du centre C_b du congé de raccordement bas est plus complexe. La principale difficulté vient du fait que la surface sous serre-flan n'est pas nécessairement plane. Nous pouvons faire un offset de la valeur du rayon R_b des courbes RH et TW (mur de protection et surface sous serre-flan, Fig. 3b). L'intersection des courbes décalées $(RS)'$ et $(TU)'$ nous permet d'obtenir la position du centre C_b du cercle de rayon R_b , puis de déterminer précisément les positions des points de

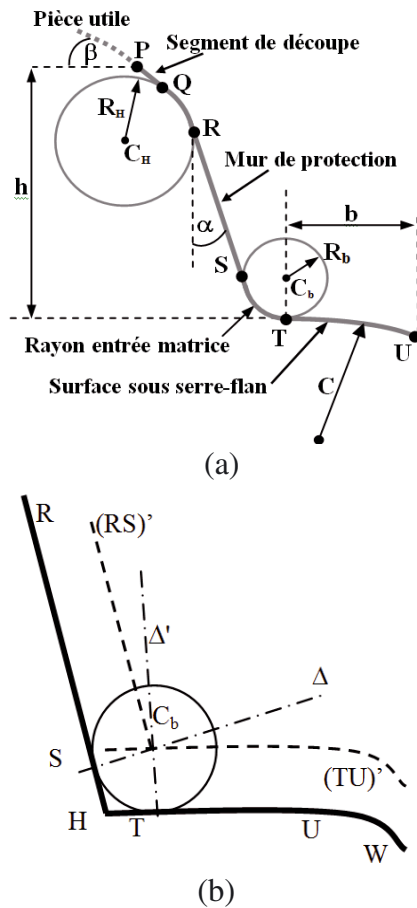


Fig. 3. Illustration et construction d'une courbe de profil. (a) Profil des SA. (b) Création de la SSSF avec offset.

tangence S et T qui sont respectivement l'intersection des segments RH et HW avec les normales Δ et Δ' passant par le centre C_b (Fig. 3b).

Finalement, notre approche, permet de créer les surfaces additionnelles avec efficacité. Les petits carreaux sont successivement construits en suivant le sens de la courbe de profil PQRST. En général, le carreau correspondant à la courbe PQ est très petit, il est donc fusionné avec le carreau construit sur le segment QS, on obtient alors, le long d'une courbe de profil, trois carreaux liés entre eux. En profitant des propriétés des COONS [9] (Fig. 4a), la continuité entre les surfaces sur les côtés adjacents est assurée (Fig. 4b).

2.3 Modification du contour polygonal des surfaces additionnelles

Afin d'économiser de la matière et/ou de faciliter la découpe du flan initial, il peut être opportun de rendre le contour du flan initial polygonal. En s'appuyant sur la forme générale de l'embouti (Fig. 5a), le nombre de côtés ainsi que γ l'angle d'inclinaison de leurs normales sont définis initialement par l'utilisateur (Fig. 5b). Le programme gère ensuite automatiquement la création des

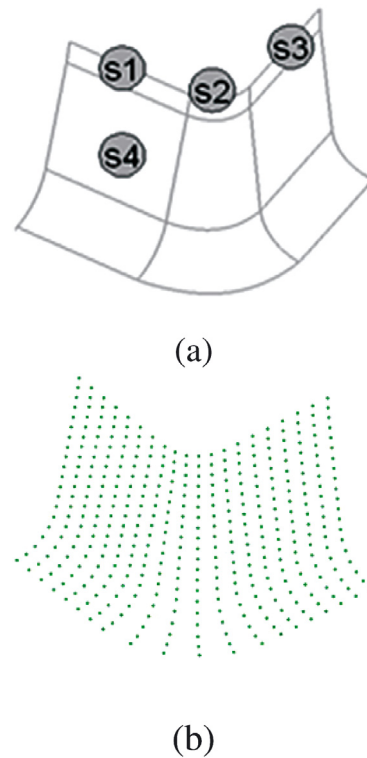


Fig. 4. Groupe de surfaces de COONS. (a) Surface COONS. (b) Points illustrant les courbes de profil.

côtés du polygone extérieur en exploitant les informations de l'ancien contour (les points de vertex et les côtés) afin de déterminer les nouveaux points de vertex et les nouveaux côtés du contour polygonal à la surface 2D.

Le nouveau contour polygonal est ensuite projeté sur une surface 3D en respectant les informations paramétriques (Fig. 5c). Finalement, les informations topologiques et géométriques de l'ancien contour sont remplacées par celles du nouveau contour.

2.4 Assemblage des surfaces additionnelles et maillage 3D final

La création du maillage des différentes surfaces nécessite un système de topologie. Nous avons retenu une structure hiérarchisée de type B-Rep (Boundary Representation). Les nouvelles surfaces additionnelles, dont les références sont uniques, sont ainsi stockées dans leur ordre de création dans la structure B-Rep [10]. Lorsque certains points, courbes ou surfaces sont communes à d'autres déjà existantes dans la structure B-Rep, les numérotations des nouveaux éléments sont adaptées afin d'intégrer l'existant tout en suivant l'ordre dans du système B-Rep.

La méthode implémentée dans le logiciel BLSURF [11] permet de générer un maillage qui respecte certaines contraintes (tailles souhaitées des éléments au voisinage des points de la surface) et qui approche fidèlement la géométrie des surfaces additionnelles (Fig. 6).

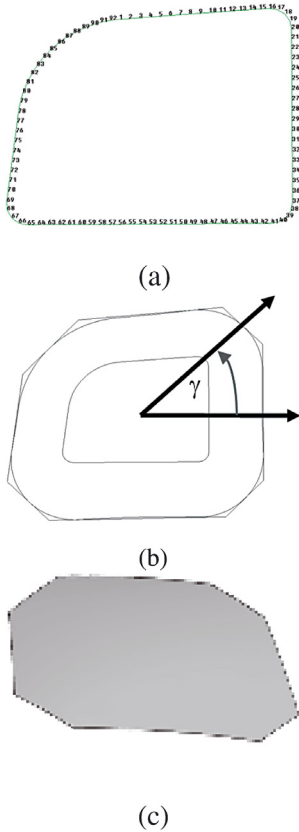


Fig. 5. Surface sous serre-flan avec contour polygonal. (a) Contour initial. (b) Polygone plan. (c) SSSF réelle.

3 Optimisation des surfaces additionnelles

Dans le domaine de l'emboutissage, les défauts usuels tels que la striction et le plissement sont souvent associés à la variation d'épaisseur [5]. Toutefois, minimiser la variation d'épaisseur peut conduire à une trop forte uniformisation de l'épaisseur ce qui n'est pas nécessaire. En pratique, il suffit d'imposer juste des limitations sur l'amincissement et l'épaississement de l'épaisseur (Éq. (1)). Pour les pièces de peau, la fonction objectif choisie est une fonction d'aspect afin éviter les rayures dues au passage des surfaces visibles de la pièce sur le rayon d'entrée matrice (Éq. (1)). Dans ces conditions, les positions initiales des nœuds au dessus du contour inférieur doivent rester à l'intérieur du contour d'arrondi (défini par le point T, Fig. 3a) :

$$-\Delta_{\min} \leq (h^e - h^0) / h^0 \leq \Delta_{\max} \quad \text{et} \quad J^{\text{asp}} = \max(\|\vec{u}_i\| - d_i) \quad (1)$$

où h^0 est l'épaisseur initiale de la tôle, h^e l'épaisseur actuelle d'un élément, \vec{u}_i le déplacement horizontal d'un nœud sur le contour inférieur et d_i la distance horizontale entre les points P et T (Fig. 3a). L'optimisation des surfaces additionnelles consiste à optimiser les cinq variables géométriques qui définissent les courbes de profil (Fig. 3a) : la hauteur h , l'angle d'inclinaison α du mur de protection, le rayon d'entrée matrice R_b , la largeur de la surface sous serre-flan b et éventuellement la courbure de



Fig. 6. Assemblage des SA destinées au maillage.

la surface sous serre-flan C. Deux approches d'optimisation sont utilisées.

La première plutôt classique, utilise un algorithme FSQP « Feasible Sequential Quadratic Programming » qui s'appuie sur la méthode SQP classique [12] et qui nécessite le calcul des gradients. Ces gradients calculés par perturbations sont coûteux en temps CPU et peuvent engendrer des oscillations numériques et une divergence au cours des itérations.

Pour pallier cet inconvénient et diminuer le temps de calcul des gradients, nous avons développé une deuxième approche basée sur la Méthode des Surfaces de Réponse (MSR) [13] afin de calculer les gradients d'une surface lissée (ou approximée) et d'avoir beaucoup moins de problèmes numériques. La démarche consiste à rechercher, en utilisant l'algorithme FSQP, le point optimum d'une fonction approximée de la fonction objectif. L'approximation de la fonction objectif et des contraintes associées est réalisée à l'aide de méta-modèles de type MLS (Moving Least Squares) [14] ou Kriging [15] qui permettent d'obtenir une fonction lissée à partir d'un vecteur $\{J_i\}$ comportant les valeurs réelles de la fonction objectif en certains points $\{x_i\}$ judicieusement choisis sur le domaine d'étude :

$$\tilde{J}(x) = \langle p(x) \rangle \{a(x)\} \quad (2)$$

où le vecteur $\langle p(x) \rangle$ est constitué de monômes classiques pour des fonctions de bases polynomiales linéaires et quadratiques, le vecteur $\{a(x)\}$ est constitué des coefficients d'ajustement pour le point d'approximation x . Pour le méta-modèle MLS, les coefficients a_i sont déduits de la minimisation des écarts entre les valeurs approximées et les valeurs réelles $\{J_i\}$ calculées aux points $\{x_i\}$ et pondérées par un poids $w_i(x, x_i)$ qui permet d'assurer le caractère local de l'approximation et la continuité des approximations successives. Pour le méta-modèle Kriging, la

Tableau 1. Synthèse des résultats.

	h	α	R_b	b	F_{ASP}	$\Delta_h \max$	$\Delta_h \min$	Tps CPU (mn)
FSQP	8,52	15	4	32	13	14,7	-25,1	1113
MSR-MLS	8,55	15	4	28	12,4	14,9	-24,9	479
MSR-KRIG	8,55	14,2	3,92	28	12,38	14,4	-25	592

réponse déterministe du simulateur est considérée comme la réalisation d'une fonction aléatoire s'appuyant sur un processus gaussien d'espérance nulle.

Dans cette étude, nous avons utilisé une grille initiale comportant 3 niveaux pour chaque variable et couvrant la totalité du domaine d'étude. La géométrie de la grille utilisée à chaque itération est de type Box-Wilson et plus particulièrement un Composite Central à Faces centrées (CCF). Ce choix très important a été déduit d'une étude comparative que nous avons menée avec différentes possibilités (Latin Hypercube, CCI, CCC, CCF, ...) [16]. Les méta-modèles sont utilisés pour approcher la fonction objectif d'aspect mais aussi les contraintes imposées. À la première itération, les fonctions approximées dans la grille de base sont exploitées par FSQP. Le point optimum trouvé est alors utilisé pour créer une nouvelle grille centrée sur le point de la grille existante le plus proche. L'adjonction d'une grille supplémentaire de taille plus petite permet d'affiner l'approximation dans le voisinage du premier point optimum trouvé. En procédant itérativement de la sorte, l'approximation du problème d'optimisation s'affine et converge vers un point optimum.

La procédure d'optimisation nécessite de nombreux appels de simulations de l'emboutissage, nous avons donc combiné l'algorithme d'optimisation avec un solveur très rapide : l'approche inverse (AI) [17]. Cette méthode exploite la connaissance de la forme de la pièce finale désirée pour trouver itérativement les positions des nœuds dans le flan plan initial satisfaisant l'équilibre dans la pièce finale. Le système d'équations global non linéaire est résolu à l'aide de la méthode itérative de Newton-Raphson avec une matrice tangente prenant en compte les effets de flexion [18]. Malgré des hypothèses initiales simplificatrices, l'AI donne une assez bonne estimation des déformations mais surtout des temps de calcul très faibles.

4 Résultats numériques

Nous avons appliqué notre démarche à une pièce triangulaire de géométrie complexe. Le maillage comporte 4239 nœuds et 8264 éléments. L'amincissement et l'épaississement ont été respectivement fixés à -25 et 15 %. Les variables initiales sont $h = 8,4$ cm, $b = 32$ cm, $\alpha = 10^\circ$ et $R_b = 4$ mm. Pour le matériau, nous avons utilisé la loi de Swift sous la forme $\bar{\sigma} = 624(0,0099 + \varepsilon^P)^{0,176}$, le coefficient de Lankford $r = 0,995$, le coefficient de friction $\mu = 0,15$, l'épaisseur initiale $h_0 = 1$ et une force de serrage $F = 392,4$ kN. Les résultats sont synthétisés et illustrés dans le tableau 1 et la figure 7.

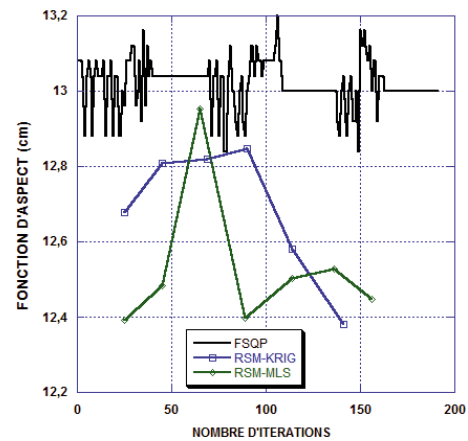
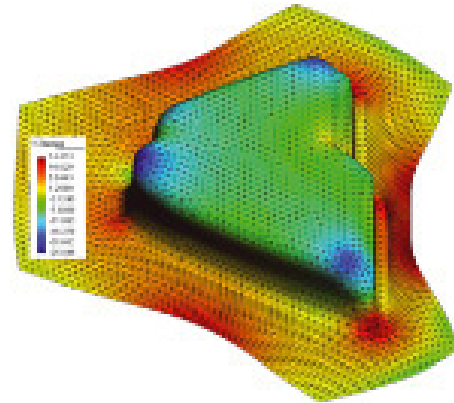


Fig. 7. Distribution des variations d'épaisseur et évolution de F_{ASP} .

Nous notons que les trois méthodes ont donné des fonctions d'aspect finales proches et que les variations de l'épaisseur satisfont les contraintes d'inégalité imposées. FSQP a nécessité un temps de calcul environ deux fois plus élevé que celui de la méthode MSR. Ceci s'explique par le fait que FSQP nécessite le calcul des gradients de la fonction objectif et des contraintes d'inégalité. Les meilleurs résultats pour la fonction d'aspect sont ceux obtenus avec l'algorithme MSR-KRIG. On remarque également que la fonction d'aspect atteinte est assez loin de la valeur nulle souhaitée, ce qui ne permet pas d'éviter le passage de la tôle sur le rayon d'entrée matrice et donc l'apparition d'éventuelles rayures. Heureusement, ce n'est pas une pièce de peau qui exige un aspect parfait pour la surface extérieure. L'évolution de la fonction d'aspect illustrée à la figure 7, montre dès la première itération, que l'approche MSR-MLS conduit à une fonction d'aspect proche de la solution optimale.

En fait, cette pièce a surtout posé des problèmes d'ordre géométrique pour la construction des surfaces additionnelles car elle comporte à deux endroits différents des changements de courbures sévères sur le contour inférieur de la pièce utile. Cela a nécessité quelques approfondissements et corrections de notre méthodologie avant d'aboutir à des surfaces de géométries correctes.

5 Conclusion

Notre étude avait pour but de proposer une méthodologie de conception et d'optimisation automatique des surfaces additionnelles pour le procédé d'emboutissage de tôles minces. Notre démarche s'appuie sur (i) un outil numérique de conception automatique des SA associé à un mailleur automatique, (ii) la simulation numérique de l'emboutissage par l'AI, (iii) et l'optimisation paramétrique des variables géométriques à l'aide des algorithmes FSQP et MSR. La méthodologie montre que l'optimisation combinée avec une conception automatique et l'AI est pertinente. L'évolution croissante de la puissance des ordinateurs et des logiciels d'éléments-finis (calculs parallèles) nous permet d'envisager l'utilisation d'un solveur incrémental pour optimiser des problèmes d'emboutissage plus complexes. Par ailleurs, l'efficacité de notre méthodologie permet d'envisager une conception automatique des SA plus complexe en adoptant le long du contour de la pièce utile une hauteur de mur, un rayon d'entrée matrice et une surface sous serre-flan variables. Cette évolution augmentera considérablement le nombre de paramètres à optimiser mais permettra une conception des SA encore plus réaliste.

Références

- [1] O. Schenk, M. Hillmann, Optimal design of metal forming die surfaces with evolution strategies, *Comput. Struct.* 82 (2004) 1695–1705
- [2] T. Jansson, L. Nilsson, Minimizing the risk of failure in a sheet metal forming process, *Struct. Multidisc. Optim.* 31 (2006) 320–332
- [3] H.B. Shim, K.C. Son, Optimal blank shape design by sensitivity method, *J. Materials Processing Technology* 104 (2000) 191–199
- [4] R. Hino, F. Yoshida, V.V. Toropov, Optimum blank design for sheet metal forming based on the interaction of high and low fidelity FE models, *Arch. Appl. Mech.* 75 (2006) 679–691
- [5] H. Naceur, Y.Q. Guo, J.L. Batoz, C. Knopf-Lenoir, Optimization of drawbead restraining forces and drawbead Design in sheet metal forming process, *International J. Mechanical Sci.* 43 (2001) 2407–2434
- [6] B.T. Lin, C.C. Kuo, Application of an integrated CAD/CAE/CAM system for stamping dies for automobiles, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 35 (2008) 1000–1013
- [7] L. Piegl, T. Wayne, *The NURBS Book*, 2nd ed. Springer, 1997
- [8] Document d'aide « Open Cascade Technology » version 6.1, 2006
- [9] S.A. Coons, *Surfaces for computer aided design of space form*. Technical rept., Massachusetts Institute of Technology Cambridge, USA, 1967
- [10] P. Laug, Topologie et maillage des surfaces paramétrées à partir d'une modélisation B-Rep, 17^e Congrès Français de Mécanique, 2005, 1319
- [11] P. Laug, H. Borouchaki, BLSURF – Mailleur de surfaces composées de carreaux paramétrés – Manuel d'utilisation, thème 4, 1999
- [12] J.L. Zhou, A.L. Tits, A SQP algorithm for finely discretized continuous minimax problems and other minimax problems with many objective functions, *SIAM J. Numer. Anal.* 6 (1993) 467–481
- [13] R.H. Myers, D.C. Montgomery, *Response Surface Methodology*, Wiley, NY, 2002
- [14] P. Lancaster, K. Salkauskas. Surfaces generated by moving least squares methods, *Math. Comput.* 37 (1981) 141–158
- [15] J. Sacks, W.J. Welch, T.J. Mitchell, H.P. Wynn, Design and analysis of computer experiments, *Statist. Sci.* 4 (1989) 409–435
- [16] M. Dong, Conception automatique et optimisation des surfaces additionnelles pour le procédé d'emboutissage de tôles minces en utilisant une approche inverse, Thèse de doctorat, Université de Reims Champagne-Ardenne, mars 2009
- [17] J.L. Batoz, Y.Q. Guo, F. Mercier, The inverse approach with simple triangular shell elements for large strain predictions of sheet metal forming parts, *Eng. Comput.* 15 (1998) 864–892
- [18] Y.Q. Guo, J.L. Batoz, S. Bouabdallah, H. Naceur, Recent developments on the Analysis and Optimum Design of Sheet Metal Forming Parts using a Simplified Inverse Approach, *Int. J. Comput. Struct.* 78 (2000) 133–148