

Analyse multi-échelle de l'usure par fretting sous chargement dynamique

LOÏC SALLES^{1,2,3,a}, LAURENT BLANC¹, FABRICE THOUVEREZ¹,
ALEXANDER MIKHAILOVITCH GOUSKOV² ET PIERRICK JEAN³

¹ Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes, École Centrale de Lyon, CNRS UMR 5513,
36 avenue Guy de Collongue, 69134 Écully Cedex, France

² Département de Mécanique Appliquée Université Technique d'État de Moscou (Bauman), Moscou, Russie

³ Snecma – groupe Safran, 77550 Moissy-Cramayel, France

Reçu le 16 juillet 2010, accepté le 16 juillet 2010

Résumé – Les roues aubagées assemblées peuvent posséder beaucoup de zones de contact. À cause des déplacements relatifs aux interfaces, l'usure par fretting est possible, elle affecte négativement la durée de vie de la structure. Il existe des méthodes pour prédire l'usure par fretting dans une analyse quasi-statique. Cependant elles ne permettent pas de prédire tous les phénomènes observés dans les attaches d'aubes de systèmes industriels. Un traitement numérique de l'usure par fretting sous chargement vibratoire est proposé. La méthode est basée sur la DLFT (Dynamical Lagrangian Frequency Time method). Elle permet de modéliser un contact unilatéral avec la loi de frottement de Coulomb. L'idée de base est de séparer le temps en deux échelles : l'échelle lente pour les phénomènes tribologiques et une échelle rapide pour la dynamique. Sur un nombre choisi de périodes l'état est supposé stationnaire et les variables sont décomposées en séries de Fourier. Des investigations numériques, sur roues aubagées avec une interface de contact avec frottement, illustrent les performances de la méthode et montrent le couplage entre dynamique et tribologie.

Mots clés : Roue aubagée / usure par fretting / usure / dynamique non-linéaire / frottement / équilibre harmonique / multi-échelle

Abstract – **Multiscale analysis of fretting-wear under dynamical loading.** Assembled bladed disks may have many contact interfaces. Because of relative displacements at these interfaces, fretting-wear occurs, which affects negatively the lifetime of the structure. Methods exist to predict fretting-wear by quasi-static analysis. However they do not predict all the phenomena observed in blade attachments on real industrial plants. A numerical treatment of fretting-wear under vibratory loading is proposed. The method is based on the Dynamical Lagrangian Frequency Time method. It models unilateral contact through Coulomb's friction law. The basic idea is to separate time in two scales, slow scale for tribological phenomena and fast scale for dynamics. For a chosen number of periods of vibration, a steady state is assumed and the variables are decomposed in Fourier series. Numerical investigations on a bladed-disk with friction contact interfaces illustrate the performances of this method and show the coupling between dynamical and tribological phenomena.

Key words: Bladed-disk / fretting wear / wear / non-linear dynamic / friction / HBM / multiscale

1 Introduction

Dans la conception des roues aubagées, l'aspect vibratoire devient de plus en plus important dans le contexte actuel de réduction des masses embarquées.

L'augmentation des performances des moteurs entraîne aussi un chargement de plus en plus important des aubages. Les impératifs de durée de vie impliquent que les amplitudes de vibrations, qu'ils subissent, doivent malgré tout rester faibles.

Dans le cas de roues aubagées assemblées, le frottement, existant au niveau des attaches aube-disque, joue

^a Auteur pour correspondance : Loic.Salles@ec-lyon.fr

un rôle important sur les niveaux vibratoires et doit être pris en compte dans le cycle de dimensionnement. Des méthodes basées sur l'équilibrage harmonique et une procédure d'alternance temps-fréquence [1], permettent de prédire le comportement vibratoire des roues aubagées avec frottement en pied d'aube. Ces études ont montré une diminution significative, du niveau vibratoire, par rapport à un comportement linéaire correspondant à une attache aube-disque bloquée. Malheureusement, l'énergie dissipée par frottement, au contact aube-disque, peut conduire à des endommagements de fretting. L'usure dans les moteurs en service constitue donc le deuxième aspect à considérer lors de la conception d'un système aube-disque, de manière à minimiser les coûts de maintenance. De plus, si les vibrations provoquent l'usure, réciproquement l'usure influence la dynamique des aubages. C'est le couplage entre vibrations et usure qui est donc considéré ici, l'exemple illustrera l'importance de sa prise en compte.

La démarche proposée part du constat que la perturbation de la réponse forcée par l'usure est très faible sur chaque cycle. Ceci permet d'employer des techniques multi-échelles en temps pour traiter le problème de fretting-wear sous chargement dynamique. La stratégie de résolution consiste à résoudre alternativement le problème dynamique et le problème d'usure. Une formulation exacte de la matrice jacobienne du système à résoudre, permet une convergence beaucoup plus rapide du solveur : le calcul des gradients permet l'application d'un prédicteur tangent, suivant l'usure, pour résoudre le problème tribologique sur l'échelle lente à la manière d'une étude de sensibilité [2]. Comme dans les travaux [3, 4], une forme locale de la loi d'Archard [5] est utilisée ici. Cette loi est la plus populaire pour calculer l'usure, même si elle ne représente que très grossièrement le comportement tribologique de l'interface.

Après une présentation des développements théoriques, la méthode est appliquée à une roue aubagée de compresseur.

2 Formulation EF du problème dynamique de contact avec usure

Soient deux solides $l = 1, 2$ en contact et soumis à une force d'excitation périodique de période ω . Les équations de mouvement dans le cadre d'une formulation éléments-finis sont les suivantes :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}^{(l)} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}^{(l)} + \mathbf{K}\mathbf{U}^{(l)} + \mathbf{P}_c^{(l)}(\mathbf{U}^{(l)}, \dot{\mathbf{U}}^{(l)}, \mathbf{W}^{(l)}) = \mathbf{F}_{\text{ex}}^{(l)}(t) \quad (1)$$

où \mathbf{M} , \mathbf{C} et \mathbf{K} sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur. \mathbf{F}_{ex} est le vecteur des forces nodales d'excitation. $\mathbf{P}_c^{(l)} = {}^t [P_N^{(l)}, P_T^{(l)}]$ désigne les pressions de contact (normales et tangentielles). Les contraintes liées au problème de contact unilatéral avec

frottement de type Coulomb sont, en tenant compte de l'usure :

$$\mathbf{P}_N \geq 0 \quad (\mathbf{U}_N - \mathbf{W} - \mathbf{G}) \leq 0 \quad {}^t (\mathbf{U}_N - \mathbf{W} - \mathbf{G}) \mathbf{P}_N = 0 \quad (2)$$

$$\|\mathbf{P}_T\| - \mu \mathbf{P}_N \leq 0 \quad \dot{\mathbf{U}}_T = -\gamma \frac{\mathbf{P}_T}{\|\mathbf{P}_T\|}$$

$$\gamma (\|\mathbf{P}_T\| - \mu \mathbf{P}_N) = 0 \quad (3)$$

où \mathbf{U} , \mathbf{W} et \mathbf{G} sont respectivement les vecteurs des déplacements relatifs à l'interface, des profondeurs d'usure nodales et des jeux initiaux entre les deux solides. μ est le coefficient de frottement identique sur toute la zone de contact. γ est la norme de la vitesse relative. Dans la stratégie adoptée, les profondeurs d'usure interviennent comme des jeux paramètres de l'élément de contact. Une telle prise en compte de l'usure a pour avantage de ne pas nécessiter de remaillage dans l'interface. Elle se justifie par le fait que les déplacements et les usures sont très faibles par rapport à la taille du maillage élément-fini. En effet, dans la réponse vibratoire de roues aubagées les amplitudes des déplacements sont de l'ordre de quelques micromètres, alors que les maillages ont des tailles entre 100 et 1000 fois plus importantes au niveau du contact. Le taux d'usure est donné pour chaque nœud de contact M par une loi d'Archard locale :

$$\dot{W}^M = \frac{k_w}{\alpha^M} |P_N^M| \|\dot{\mathbf{U}}_T^M\|, \quad (4)$$

où les α^M sont les poids de la méthode de quadrature utilisée. k_w est le coefficient d'intensité d'usure.

3 Techniques de résolution

3.1 Équilibrage harmonique multi-échelle

Les problèmes vibratoires non-linéaires de roues aubagées sont le plus souvent résolus par équilibrage harmonique. En effet cette méthode permet, en supposant l'existence d'un état stationnaire périodique, un calcul beaucoup plus rapide de la réponse forcée. Or l'usure n'est pas un phénomène périodique, elle évolue avec le temps. Toutefois son évolution est très lente par rapport aux phénomènes dynamiques. En cela le problème d'usure par fretting sous chargement dynamique est un problème multi-échelle en temps. Pour le résoudre, l'idée principale est de séparer le temps en une échelle lente, notée η , pour les phénomènes d'usure et une échelle rapide, τ , pour les phénomènes vibratoires. Le temps η est choisi de façon à être un multiple entier du nombre de cycles de fretting. Toutefois ceci n'est pas une obligation η aurait pu être choisi arbitrairement. Cette approche permet d'utiliser des méthodes d'équilibrage harmonique pour résoudre le problème vibratoire sur chaque cycle en considérant que

l'usure n'évolue pas pendant ce cycle. La série de Fourier des déplacements s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(\tau, \eta) = & \tilde{\mathbf{U}}_0(\eta) + \sum_{n=1}^{N_h} \left(\tilde{\mathbf{U}}_{n,c}(\eta) \cos(n\tau) \right. \\ & \left. + \tilde{\mathbf{U}}_{n,s}(\eta) \sin(n\tau) \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Les coefficients de la série de Fourier dépendent de l'échelle lente. L'équation de mouvement dans le domaine fréquentiel est obtenue en appliquant une procédure de Galerkin à (1), puis en réduisant le système obtenu aux degrés de liberté de l'interface :

$$\mathbf{Z}_r \tilde{\mathbf{U}}_r(\eta) + \tilde{\boldsymbol{\lambda}}(\eta) = \tilde{\mathbf{F}}_r \quad (6)$$

\mathbf{Z}_r désigne la matrice de rigidité dynamique réduite. La résolution du système (6) au temps η donne le vecteur multiharmonique des déplacements relatifs $\tilde{\mathbf{U}}_r$ et le vecteur multiharmonique des multiplicateurs de Lagrange représentant les pressions de contact $\tilde{\boldsymbol{\lambda}}$. Ces grandeurs permettent de calculer le taux d'usure sur un cycle par la formule (7) :

$$\delta W^M(\eta) = \frac{K_w}{\alpha^M} \int_{\text{période}} |P^{N,M}(\eta, \tau)| \cdot \|\dot{\mathbf{U}}_T^M(\eta, \tau)\| d\tau \quad (7)$$

La résolution de (6) nécessite de connaître $\tilde{\boldsymbol{\lambda}}$. Pour cela, la méthode Dynamic Lagrangian Frequency Time (DLFT) proposée par Nacivet et al. [1] est utilisée. Elle traite les conditions de contact avec frottement à l'aide de Lagrangiens Dynamiques, définis par l'expression (8b). Les forces de contact sont prédites dans le domaine fréquentiel avec un terme de pénalisation puis corrigées en temporel de façon à satisfaire les conditions de contact.

$$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^T = \tilde{\mathbf{F}}_r^T - \mathbf{Z}_r \tilde{\mathbf{U}}_r + \epsilon_T \left(\tilde{\mathbf{U}}_r^T - \tilde{\mathbf{X}}_r^T \right), \quad (8a)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^N = \tilde{\mathbf{F}}_r^N - \mathbf{Z}_r \tilde{\mathbf{U}}_r + \epsilon_N \left(\tilde{\mathbf{U}}_r^N - \mathbf{W} - \tilde{\mathbf{X}}_r^N \right) \quad (8b)$$

Le terme de pénalisation permet d'assurer l'égalité entre les déplacements décrits dans les deux domaines temporel et fréquentiel via un terme de correction ($\mathbf{X}_r(\tau)$ en temporel puis $\epsilon \tilde{\mathbf{X}}_r$ en fréquentiel).

3.2 Algorithme de résolution

La résolution du système (6) se fait à l'aide d'un solveur itératif de type Hybrid Powell. Ce solveur nécessite d'évaluer la matrice jacobienne J de la fonction f à annuler :

$$f(\tilde{\mathbf{U}}_r) = \tilde{\mathbf{F}}_r - \mathbf{Z}_r \tilde{\mathbf{U}}_r(\eta) - \tilde{\boldsymbol{\lambda}}(\eta) \quad (9)$$

L'expression exacte de cette matrice permet de rendre l'algorithme beaucoup plus performant. Toutefois l'expression du gradient des forces de contact par rapport à $\tilde{\mathbf{U}}_r$ n'est pas simple car elle dépend de l'état du contact,

décrit en temporel. À chaque pas de temps la valeur du gradient en fonction de $\tilde{\mathbf{U}}_r$ est calculée suivant l'état de contact (séparé, adhérent, glissant). Le gradient obtenu en temporel est transformé en fréquentiel via une DFT.

Le gradient de f par rapport à la profondeur d'usure W est aussi calculé. Un développement à l'ordre 1 de la fonction f en $\tilde{\mathbf{U}}_r$ et W permet de prédire l'état dynamique du système avec le nouveau profil d'usure. Le calcul de J et son exploitation sont expliqués en détail dans [6].

La résolution du problème d'usure sur l'échelle lente peut se faire à l'aide de schémas d'intégration en temps explicite ou implicite classiques. Ici, la stratégie consiste à procéder par incréments de l'usure maximale prévue. Cette usure maximale par saut de cycle est choisie a priori. Le taux d'usure maximale, obtenu en un nœud de contact, sert à calculer le nombre de cycles sautés. Le nombre de cycles sautés à chaque pas de temps long, avant que la géométrie ne soit mise à jour, est ainsi adapté automatiquement de manière à optimiser le nombre total de boucles du solveur non-linéaire. Le jeu de contact est mis à jour en multipliant ce nombre de cycles par le taux d'usure calculé en chaque nœud. La démarche est résumée sur l'Algorithme 1.

4 Exemple numérique

L'étude cherche à prédire la réponse vibratoire et la cinétique d'usure d'un secteur de roue aubagée sur le temps long, l'aube étant excitée sur son premier mode. Le modèle éléments-finis est représenté sur la figure 1a. Les nœuds en rouge sont les nœuds physiques retenus dans la condensation dynamique. Ils représentent les nœuds de contact et le nœud d'excitation en bout d'aube, qui sert aussi de nœud d'observation. Les positions des nœuds sur la portée sont représentées sur la figure 1b. La réponse en fréquence de l'aube saine et sans usure est représentée sur la figure 2.

En présence d'usure, la réponse forcée de l'aube sur une plage fréquentielle évolue en fonction du temps lent. À chaque fréquence étudiée, l'évolution est calculée en utilisant la méthode de prédiction tangente suivant W et la correction via la DLFT. La figure 3a montre une diminution de l'amplitude de vibration à la fréquence de résonance de l'aube saine. Par contre, pour des fréquences plus faibles l'amplitude augmente avec l'usure. Ce phénomène apparaîtra mieux sur la figure 3b où est représentée l'évolution de l'amplitude, en bout d'aube, pour trois fréquences. La première conclusion est que l'usure peut avoir un effet positif à certaines fréquences et dangereux à d'autres. L'étude couplée vibrations-usure permet de définir la plage de fréquence dans laquelle la roue aubagée ne doit pas fonctionner. Ceci est important pour maîtriser la durée de vie de la structure.

La figure 4 montre la cinétique d'usure pour différents nœuds de contact. Le système semble tendre vers un état asymptotique avec taux d'usure nul. Ce phénomène s'explique par le fait que l'interface est en glissement partiel

```

Uk ← U0
Pour k de 1 à nb cycles de fretting faire
  j ← 0
  [solveur non-linéaire]
  Tant que (testfautx) faire
     $\tilde{\lambda}_u^{j,k} \leftarrow \tilde{F}_r - \mathbf{Z}_r \tilde{U}_r^{j,k} + \epsilon (\tilde{U}_r^j - \mathbf{W}^k)$ 
    iDFT
     $\lambda_x^{j,k}(\tau) = \epsilon \mathbf{X}_r(\tau)$ 
     $\lambda_x^{j,k}(\tau) \leftarrow$  condition de contact avec frottement
     $\lambda^{j,k}(\tau) = \lambda_u^{j,k}(\tau) - \lambda_x^{j,k}(\tau)$ 
     $\frac{\partial \lambda(\tau)}{\partial \tilde{U}_r^{j,k}}$ 
    DFT
     $\mathbf{J} = -\mathbf{Z}_r - \frac{\partial \tilde{\lambda}^{j,k}}{\partial \tilde{U}_r^{j,k}}$ 
    test  $\|f(\tilde{U}_r^{j,k})\| \leq \text{erreur}$ 
     $\mathbf{U}_r^{j+1,k} = \mathbf{U}_r^{j,k} - \mathbf{J}^{-1} f(\tilde{U}_r^{j,k})$ 
    j ← j + 1
  Fait
  calcul taux d'usure  $\delta \mathbf{W}^k$ 
   $\mathbf{W}^{k+1} \leftarrow \mathbf{W}^k + \delta \mathbf{W}^k$ 
   $\mathbf{U}^{k+1} \leftarrow \mathbf{U}^k - \frac{\partial f}{\partial \tilde{U}_r}^{-1} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{W}^k} \delta \mathbf{W}^k$ 
Fin Pour
Retourner W

```

Algorithme 1: Calcul de l'usure dynamique pour une fréquence d'excitation donnée.

et donc seule une partie de l'interface s'use. Dans les zones usées les pressions normales se relaxent et le taux d'usure tend vers zéro. Les zones adhérentes ne se mettant pas à glisser l'usure y reste nulle. Les profils obtenus sont représentés sur la figure 5.

5 Conclusions et perspectives

Une stratégie de calcul couplant l'usure en pied d'aube et le chargement dynamique a été présentée. Une

approche multi-échelle en temps permet de découpler les calculs dynamiques et tribologiques. Des méthodes adaptées aux spécificités de chaque problème sont ainsi appliquées : la DLFT basée sur l'équilibrage harmonique pour l'aspect vibratoire et un algorithme d'intégration rapide sur l'échelle lente pour les aspects tribologiques. Un des premiers enseignements est que l'usure, quoique très faible en pied d'aube, modifie fortement la dynamique de l'aube.

Des travaux sont en cours pour décrire plus finement l'usure. En effet les éléments-finis classiques sont mal

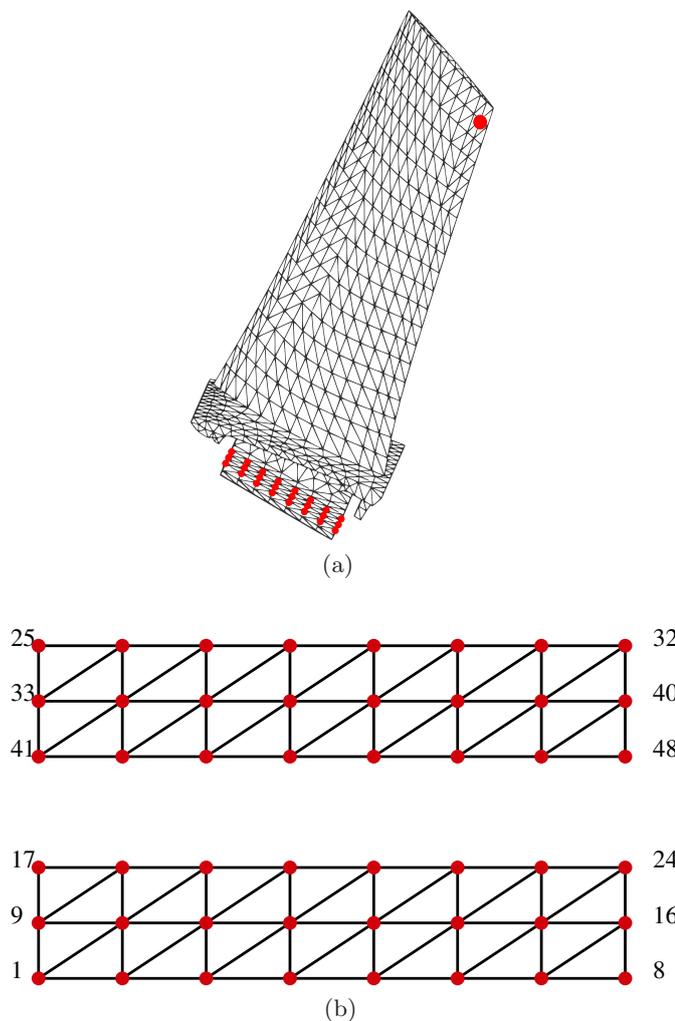


Fig. 1. Modèle éléments-finis (a) et position des nœuds de contact (b).

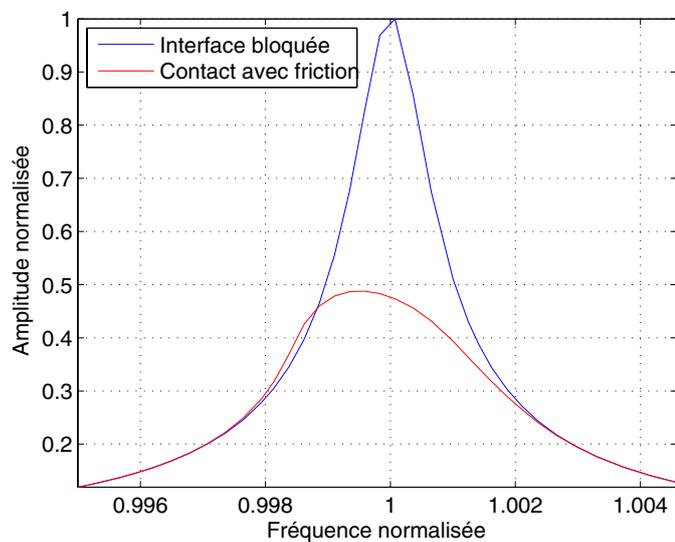


Fig. 2. Réponse fréquentielle en bout d'aube.

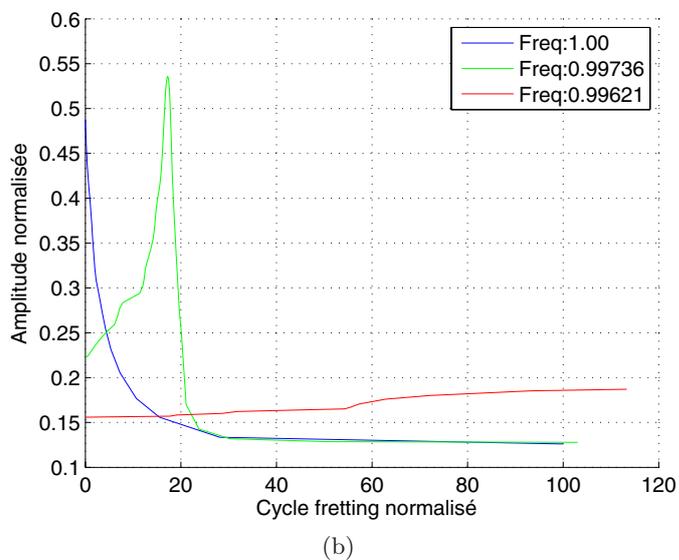
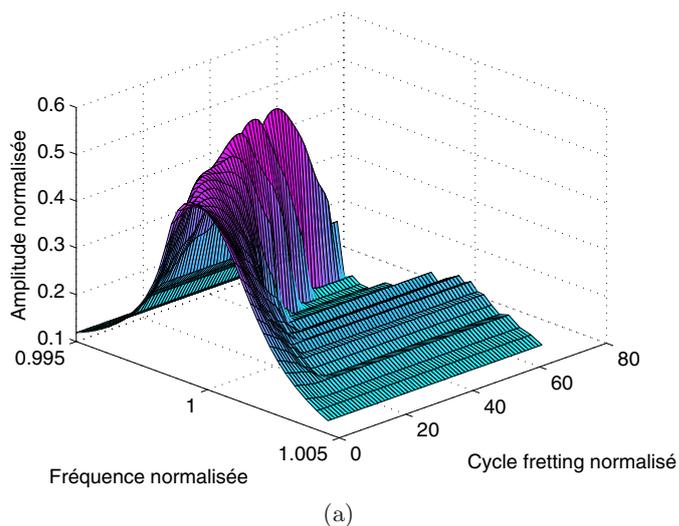
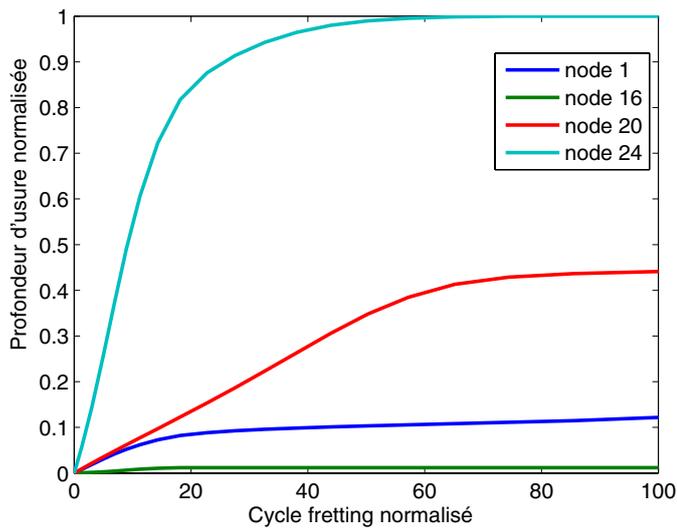


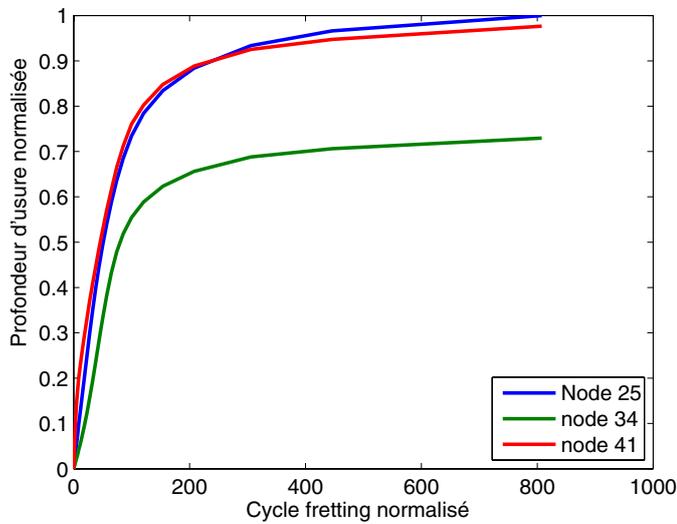
Fig. 3. Réponse vibratoire en bout d'aube en fonction du nombre de cycles de fretting (a) et zoom sur trois fréquences (b).

adaptés pour un suivi précis des zones de transition entre contact collé et glissant. Une approche multi-échelle spatiale est envisagée.

Remerciements. Les auteurs remercient la Société Snecma pour son soutien technique et financier. Ce travail s'inscrit dans le projet fédérateur MAIA de recherche et technologie en mécanique soutenu par le CNRS, l'Onera et le groupe SAFRAN.



(a)

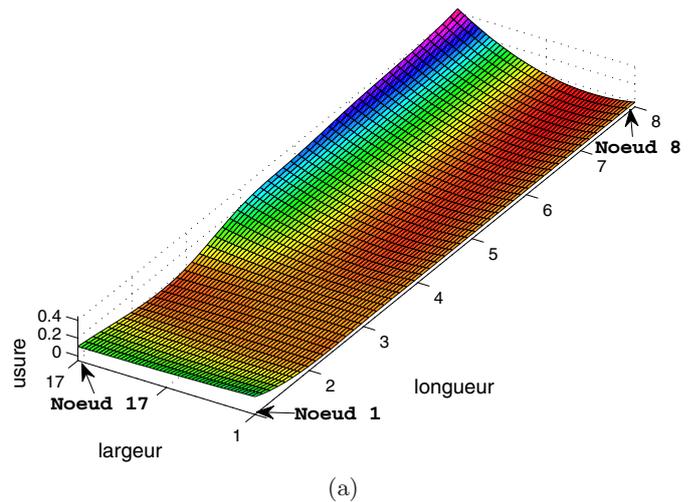


(b)

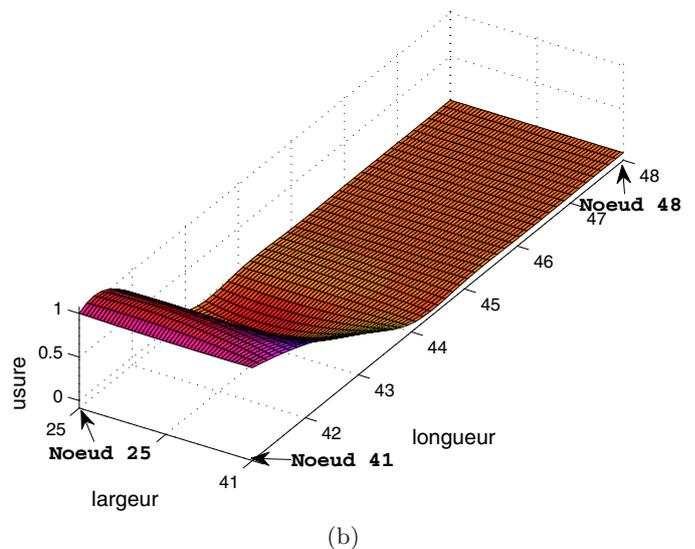
Fig. 4. Évolution de l'usure nodale : côté extrados (a) et côté intrados (b).

Références

- [1] S. Nacivet, C. Pierre, F. Thouverez, L. Jézéquel, A dynamic Lagrangian frequency-time method for the vibration of dry-friction-damped systems, *J. Sound Vib.* 265 (2003) 201–219
- [2] E.P. Petrov, Analysis of sensitivity and robustness of forced response for nonlinear dynamic structures, *Mechanical Systems and Signal Processing* 23 (2009) 68–86



(a)



(b)

Fig. 5. Profil des portées usées : (a) côté extrados (b) et côté intrados.

- [3] N. Stromberg, An augmented Lagrangian method for fretting problems, *Eur. J. Mech. A. Solids* 16 (1997) 573–593
- [4] M. Torkhani, H.B. Dhia, Analyses multi-échelles et usure des structures minces en contact, 8^e Colloque National en Calcul des Structures, 2007
- [5] J.F. Archard, Contact and rubbing of flat surfaces, *J. Appl. Phys.* 24 (1953) 981–988
- [6] L. Salles, L. Blanc, F. Thouverez, A. Gousskov, Dynamic Analysis of a Bladed Disk with Friction and Fretting-wear in Blade Attachments, In Proc. ASME Turbo Expo, 2009
- [7] L. Salles, L. Blanc, F. Thouverez, A. Gousskov, Dynamic Analysis of Fretting-Wear in Friction Contact Interfaces, In Proc. ASME Turbo Expo, 2008