

Modélisation des couplages fluide/solide dans les procédés d'assemblage à haute température

THOMAS HEUZÉ^{1,a}, JEAN-BAPTISTE LEBLOND¹ ET JEAN-MICHEL BERGHEAU²

¹ UPMC, Institut Jean Le Rond d'Alembert, 4 place Jussieu, tour 55-65, 75252 Paris Cedex 05, France

² ENISE, LTDS, 58 rue Jean Parot, 42023 Saint-Étienne Cedex 2, France

Reçu le 5 mai 2011, accepté le 20 mai 2011

Résumé – On développe dans ces travaux un outil numérique permettant de simuler le procédé « Friction Stir Spot Welding ». Le modèle est basé sur un couplage fluide/solide permettant de décrire l'état de la matière dans toute la structure. Ce modèle s'appuie sur l'élément-fini P1+/P1, développé dans le cas d'un couplage thermomécanique fort, à la fois en mécanique des fluides et en mécanique des solides. Le couplage est associé avec une approche euléro-lagrangienne et intégré au sein d'une nouvelle option du code SYSWELD[®]. On présente ici une première simulation du procédé Friction Stir Spot Welding.

Mots clés : Élément P1+/P1 / friction Stir Spot Welding / couplage fluide / solide

Abstract – **Modelling fluid/solid coupling in high temperature assembly processes.** A numerical tool for the simulation of the Friction Stir Spot Welding process is developed. The model is based on a fluid/solid coupling which describes the state of the material in the structure. The model includes the P1+/P1 finite-element, developed with a strong thermomechanical coupling, both for fluid and solid behaviours. The coupling, associated with an Arbitrary Eulerian Lagrangian approach, is implemented in a new option of the finite element code SYSWELD[®]. We present here a first simulation of the Friction Stir Spot Welding process.

Key words: P1+/P1 finite-element / Friction Stir Spot Welding / fluid/solid coupling

1 Introduction

Le procédé de soudage ponctuel par friction et malaxage (Friction Stir Spot Welding [1]) est un procédé dérivé du soudage par friction et malaxage (Friction Stir Welding [2]) consistant à créer un joint de soudure « ponctuel » entre deux tôles superposées par pénétration d'un outil en rotation dans la matière. L'échauffement généré par le frottement ainsi que le mouvement de la matière entraînée génère deux phases, la première au voisinage de l'outil atteignant un état pâteux, l'autre restant solide.

Une approche eulérienne lagrangienne arbitraire (ALE), dans laquelle le maillage suit la matière dans la phase solide mais pas dans la zone pâteuse, permet de simuler de nombreux tours de l'outil dans la matière tout en suivant les bords des tôles. De plus, des modèles de comportement cohérents avec l'état de la matière dans chacune des zones peuvent être inclus, aussi la partie pâteuse est modélisée comme un fluide visqueux, et la partie solide avec une loi incluant les effets d'histoire.

Le modèle numérique développé est basé sur l'élément-fini P1+/P1 [3]. Cet élément mixte est développé avec une formulation température/vitesse/pression en mécanique des fluides (pour un écoulement laminaire incompressible transitoire [4,5]) et en mécanique des solides dans le cadre des grandes transformations.

Ces deux éléments sont couplés au sein d'une nouvelle option créée dans le code SYSWELD[®] [6], et présentés dans la section 3. La transition fluide/solide est effectuée au moyen d'un test explicite sur une température moyenne par élément, l'interface passe alors par les faces des éléments du maillage. Une procédure d'actualisation de la géométrie associée à l'approche euléro-lagrangienne est effectuée à convergence. Une première simulation simplifiée du procédé Friction Stir Spot Welding est présentée en section 4.

2 Le procédé Friction Stir Spot Welding

Le Friction Stir Spot Welding a été introduit au début des années 2000 par le constructeur automobile

^a Auteur pour correspondance : thomas.heuze@upmc.fr

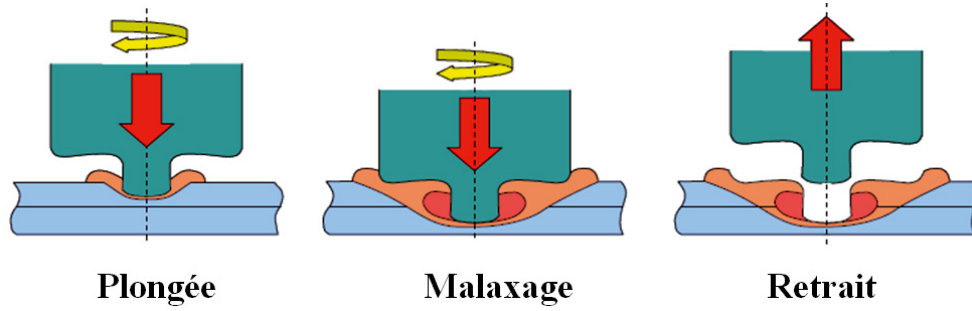


Fig. 1. Étapes du procédé Friction Stir Spot Welding.

Mazda [1,7]. Ce procédé dérivé du soudage par friction et malaxage consiste à effectuer un joint de soudure « ponctuel » entre deux tôles superposées par pénétration d'un outil, composé d'un pion et d'un épaulement, en rotation dans la matière. L'outil pénétrant dans la matière, un échauffement est généré à la fois par frottement au contact outil/matière, mais aussi par dissipation plastique dans la zone malaxée. L'échauffement de la matière ainsi que le mouvement de la matière entraînée au voisinage de l'outil permettent un mélange assurant la solidarité des parties à joindre après refroidissement. La figure 1 résume les trois étapes de la génération du joint soudé.

Le Friction Stir Spot Welding s'est vite avéré être un procédé très attractif notamment pour l'industrie automobile, venant directement concurrencer le procédé de soudage par résistance par point, en présentant la capacité de souder des alliages d'aluminium et des aciers haute résistance et en n'exigeant pas un apport d'énergie conséquent pour être mis en œuvre.

3 Couplage fluide/solide

Du point de vue de la modélisation, il est possible d'identifier deux « phases » de la matière dans les pièces à souder au cours du procédé (Fig. 2). La première au voisinage de l'outil, est fortement malaxée et dans un état pâteux. Bien qu'elle n'atteigne pas le point de fusion, les forts taux de déformation y régnant nous autorisent à considérer la matière comme un fluide très visqueux. La seconde, composant la structure de base, se déforme de façon classique comme un solide et présente des effets d'histoire.

Pour modéliser numériquement ce procédé, les approches purement lagrangienne et eulérienne ne sont pas appropriées, l'une nécessitant de fréquents remaillages du fait des grandes déformations et l'autre ne permettant pas de suivre les bords des tôles pendant le procédé. Une approche eulérienne lagrangienne arbitraire (ALE), dans laquelle le maillage suit la matière dans la phase solide mais pas dans la zone pâteuse, peut permettre de simuler de nombreux tours de l'outil dans la matière tout en suivant les bords des tôles. En plus du traitement numérique différent des deux zones, des modèles de comportement cohérents avec l'état de la matière peuvent être utilisés dans chaque zone en y intégrant respectivement

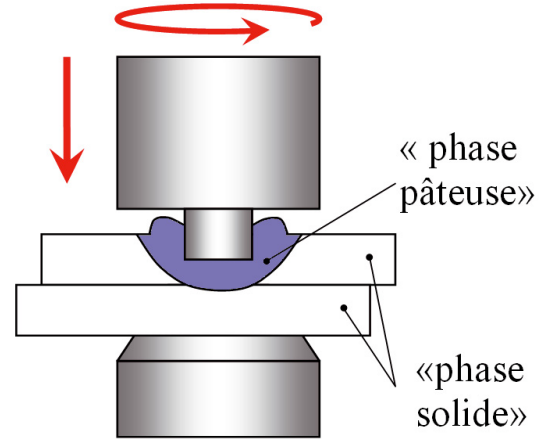


Fig. 2. Phases identifiées lors du procédé Friction Stir Spot Welding.

des descriptions de type fluide visqueux incompressible et solide. Le couplage fluide/solide alors construit présente cette particularité qu'au cours du procédé, une zone va progresser au détriment de l'autre par chauffage (et malaxage) ou refroidissement.

3.1 Comportements thermomécaniques fluide et solide

La partie pâteuse est modélisée comme un fluide visqueux incompressible et décrite avec une loi de Norton-Hoff. Le solide est modélisé en grandes transformations, on postule une partition additive du taux de déformation eulérien $\mathbf{D}$ faisant donc intervenir une loi d'hypoélasticité. Les équations (1) résument les équations constitutives associées aux comportements mécaniques fluide et solide :

Fluide	Solide
$\boldsymbol{\sigma} = p\mathbf{1} + \mathbf{s}$ $\mathbf{q} = -k\nabla T$	
$\mathbf{s} = 2\mu\mathbf{D}$ $\mu = K(\sqrt{3}D_{eq})^{m-1}$ $D_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3}\mathbf{D} : \mathbf{D}}$ $\text{div } \mathbf{v} = 0$	$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p + \dot{\varepsilon}^{th}\mathbf{1}$ $\mathbf{s} = \mathcal{F}(\mathbf{v}(\tau), \tau \leq t)$ $\mathbf{D}^e = \frac{1+\nu}{E} \bar{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \bar{\boldsymbol{\sigma}})\mathbf{1}$ $\text{tr } \mathbf{D}^p = 0$

(1)

Trouver $(T, \mathbf{v}, p) \in (\mathcal{T}_{ad} \times \mathcal{V}_{ad} \times \mathcal{P}_{ad})$, $\forall t \in]0, T]$, tel que $\forall (T^*, \mathbf{v}^*, p^*) \in (\mathcal{T}_{ad}^0 \times \mathcal{V}_{ad}^0 \times \mathcal{P}_{ad})$,

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega_\chi} k \nabla T \cdot \nabla T^* d\Omega + \int_{\partial\Omega_q} \phi^d T^* dS + \int_{\Omega_\chi} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \\ \beta \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}^p \end{Bmatrix} T^* d\Omega = \int_{\Omega_\chi} \rho C \left(\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_\chi + \begin{Bmatrix} \nabla T \cdot \mathbf{c} \\ 0 \end{Bmatrix} \right) T^* d\Omega \\ & - \int_{\Omega_\chi} \begin{Bmatrix} 2\mu \mathbf{D} \\ \mathbf{s}(\mathbf{v}(\tau), \tau \leq t) \end{Bmatrix} : \mathbf{D}^* d\Omega - \int_{\Omega} p \operatorname{div} \mathbf{v}^* d\Omega + \int_{\partial\Omega_F} \mathbf{F}_d \cdot \mathbf{v}^* dS = \int_{\Omega_\chi} \rho \left(\begin{Bmatrix} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \Big|_\chi + \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{c} \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \cdot \mathbf{v}^* d\Omega \\ & \int_{\Omega_\chi} p^* \left(\operatorname{div} \mathbf{v} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{\dot{p}}{\kappa} + 3\dot{\varepsilon}^{\text{th}} \end{Bmatrix} \right) d\Omega = 0 \\ & T(\mathbf{x}, t = 0) = T_0 \\ & \mathbf{v}(\mathbf{x}, t = 0) = \mathbf{v}_0 \end{aligned} \quad (2)$$

où ∇ est une dérivée objective des contraintes de Cauchy, p l'opposé de la pression hydrostatique, $\mathbf{s}$ le déviateur des contraintes, $\mathbf{q}$ le flux surfacique de chaleur, μ la viscosité dynamique du fluide définie à partir des paramètres K (consistance) et m (sensibilité), E et ν le module de Young et le coefficient de Poisson, k la conductivité thermique, $\dot{\varepsilon}^{\text{th}}$ le taux de déformation « thermométallurgique » provenant des dilatations thermiques et des changements de volume associés à la métallurgie, et $\mathcal{F}$ est une fonctionnelle décrivant la relation de comportement dépendant de l'histoire du solide, pouvant dépendre ou non de la vitesse de chargement. Les paramètres matériau dépendent a priori de la température.

3.2 Forme faible du problème

L'échauffement et le malaxage de la matière au cours du procédé Friction Stir Spot Welding nécessitent d'intégrer un couplage thermomécanique fort au modèle. Aussi le problème à résoudre fait intervenir les équations d'énergie, de mouvement et les liaisons internes de chaque zone. La formulation faible mixte du problème s'écrit sous la forme suivante, en notant χ les coordonnées associées à la configuration ALE :

Voir équation (2) ci-dessus

où $\mathbf{c} = \mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}$ est la vitesse convective définie à partir de la vitesse matérielle $\mathbf{v}$ et de la vitesse du maillage $\hat{\mathbf{v}}$, ϕ^d et $\mathbf{F}_d$ représentent le flux surfacique de chaleur et les tractions surfaciques imposés, ρ la masse volumique, C la capacité calorifique, β le coefficient de Quinney-Taylor généralement fixé à 0,9 et κ le module de compressibilité élastique. Les accolades dans les équations permettent de distinguer les termes associés aux phases fluide (en haut) et solide (en bas), cette représentation symbolique sera conservée par la suite. On note que les termes d'inertie mécanique ont été négligés dans la partie solide, le processus de déformation pouvant y être considéré comme quasi-statique.

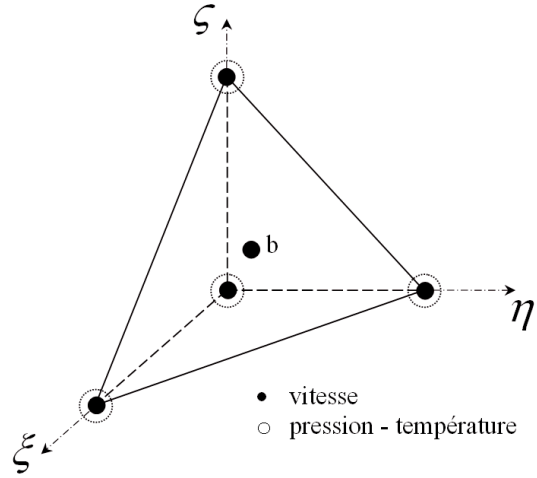


Fig. 3. Tétraèdre P1+/P1 de référence.

3.3 L'élément-fini P1+/P1

L'élément-fini P1+/P1 ou élément MINI sert de base pour le développement du couplage. Initialement proposé par Arnold et al. [3], il s'inscrit dans le cadre des méthodes mixtes et permet le traitement de liaisons internes de type incompressibilité totale ou partielle. Cet élément linéaire enrichi s'appuie sur le tétraèdre à quatre nœuds (Fig. 3), et assure dans la version proposée, la continuité des champs de température, vitesse et pression. Aussi cinq degrés de liberté sont associés à chaque nœud sommet du tétraèdre. L'approximation du champ de vitesse est enrichie en intégrant un nœud interne supplémentaire, positionné au barycentre de l'élément, auquel est associée une « fonction bulle » (approximation P1+). On rappelle que ce type de fonction s'annule sur le pourtour de l'élément. Cet enrichissement permet de satisfaire à la fois les équations du mouvement et la liaison interne considérée. On montre aussi que cet élément satisfait les conditions de Brezzi-Babuska.

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}^{\text{int}} &= \sum_{e=1}^{N_{el}} \left(\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} f_T^{\text{int},(p)} = - \int_{\Omega_e} \nabla N^{(p)} \cdot \mathbf{q} d\Omega \\ \mathbf{f}_v^{\text{int},(p)} = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_p^T \mathbf{s} d\Omega + \int_{\Omega_e} \nabla N^{(p)} p d\Omega \\ f_p^{\text{int},(p)} = \int_{\Omega_e} N^{(p)} \left\{ \begin{array}{l} \text{div } \mathbf{v} \\ \text{div } \mathbf{v} - \frac{\dot{p}}{3} - 3\dot{\varepsilon}^{\text{th}} \end{array} \right\} d\Omega \\ \mathbf{f}_b^{\text{int}} = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_b^T \mathbf{s} d\Omega + \int_{\Omega_e} \nabla N^{(b)} p d\Omega \end{array} \right\}^{(p)} \end{array} \right) \\
\mathbf{f}^{\text{ext}} &= \sum_{e=1}^{N_{el}} \left(\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} f_T^{\text{ext},(p)} = \int_{\partial\Omega_e \cap \partial\Omega_q} \phi^d N^{(p)} dS + \int_{\Omega_e} \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \\ \beta \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}^p \end{array} \right\} N^{(p)} d\Omega \\ \mathbf{f}_v^{\text{ext},(p)} = \int_{\partial\Omega_e \cap \partial\Omega_F} \mathbf{F}_d N^{(p)} dS \\ 0 \\ \mathbf{f}_b^{\text{ext}} = \mathbf{0} \end{array} \right\}^{(p)} \end{array} \right) \quad (6) \\
\mathbf{f}^{\text{conv}} &= \sum_{e=1}^{N_{el}} \left(\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} f_T^{\text{conv},(p)} = \int_{\Omega_e} \rho C (\nabla T) \cdot \mathbf{c} \bar{N}^{(p)} d\Omega \\ \mathbf{f}_v^{\text{ext},(p)} = \int_{\Omega_e} \rho (\nabla \mathbf{v}) \cdot \mathbf{c} N^{(p)} d\Omega \\ 0 \\ \mathbf{f}_b^{\text{conv}} = \int_{\Omega_e} \rho (\nabla \mathbf{v}) \cdot \mathbf{c} N^{(b)} d\Omega \end{array} \right\}^{(p)} \end{array} \right)
\end{aligned}$$

Le champ de vitesse est interpolé sur l'élément comme suit :

$$\mathbf{v}^h(\mathbf{x}) = N^{(p)}(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{v}^{(p)} + N^{(b)}(\xi, \eta, \zeta) \boldsymbol{\lambda} \quad 1 \leq p \leq 4 \quad (3)$$

où p est le numéro d'un nœud sommet de l'élément, b l'indice relatif au nœud bulle et $\boldsymbol{\lambda}$ est le vecteur des degrés de liberté liés au nœud bulle, homogènes à des vitesses.

3.4 Formulation éléments-finis

La discrétisation par éléments-finis de la forme faible (2) conduit à l'écriture du système non-linéaire d'équations semi-discrètes suivant :

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} + \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}^{\text{conv}} \\ \mathbf{0} \end{array} \right\} + \mathbf{f}^{\text{int}} = \mathbf{f}^{\text{ext}} \quad (4)$$

où $\mathbf{q}$ est le vecteur des degrés de liberté du système, et s'écrit de façon symbolique :

$$\mathbf{q}^T = \{\mathbf{T} \quad \mathbf{v} \quad \mathbf{p} \quad \boldsymbol{\lambda}\} \quad (5)$$

La matrice de masse généralisée $\mathbf{M}$ contient les termes d'inertie mécanique (seulement pour la partie fluide) et thermique. Les efforts internes $\mathbf{f}^{\text{int}}$, externes $\mathbf{f}^{\text{ext}}$, et les efforts dûs aux termes de convection $\mathbf{f}^{\text{conv}}$ sont assemblés à partir des quantités élémentaires et définis, en détaillant les composantes associées au $p^{\text{ième}}$ nœud sommet ($p = 1$ à 4) et au nœud bulle (b), de la façon suivante :

Voir équation (6) ci-dessus

où la notation $\sum_{e=1}^{N_{el}}$ dénote l'opération d'assemblage des quantités élémentaires, $\mathbf{B}_p$ est la matrice contenant les gradients de la fonction de forme associée au nœud p , reliant les taux de déformation aux composantes de la vitesse du nœud p . On rappelle que $\int \mathbf{F}_d N^{(b)} dS = \mathbf{0}$ car la fonction bulle s'annule sur le pourtour de l'élément.

Un algorithme aux différences finies de type Euler implicite est utilisé pour la résolution. Dans le cas de la méthode de Newton-Raphson, la linéarisation des équations discrètes effectuée à l'itération k du calcul conduit à la résolution du système matriciel suivant :

$$\mathbf{M}^{(k)} \dot{\mathbf{q}}^{(k+1)} + \mathbf{K}^{(k)} \delta \mathbf{q}^{(k)} = \mathbf{R}^{(k)} \quad (7)$$

où l'incrément $\delta \mathbf{q}^{(k)}$ est défini par $\delta \mathbf{q}^{(k)} = \mathbf{q}^{(k+1)} - \mathbf{q}^{(k)}$. Dans ce système, $\dot{\mathbf{q}}^{(k+1)}$ est lié à $\delta \mathbf{q}^{(k)}$ par le pas de temps Δt . La matrice de rigidité $\mathbf{K}^{(k)}$ et le vecteur résidu $\mathbf{R}^{(k)}$ sont définis comme suit :

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}^{(k)} &= \mathbf{f}^{\text{ext}} - \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}^{\text{conv}} \\ \mathbf{0} \end{array} \right\} - \mathbf{f}^{\text{int}} \\
\mathbf{K}^{(k)} &= - \left. \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{q}} \right|^{(k)} \quad (8)
\end{aligned}$$

On notera que $\mathbf{R}^{(k)}$ ne s'annule pas à la convergence des itérations. Cette présentation est cohérente avec la structure du code : la routine élémentaire calcule les matrices de masse et de rigidité et le vecteur résidu, et la discrétisation temporelle des termes d'inertie est effectuée par une autre routine dans la boucle sur les mailles. Le système linéaire (7) peut être détaillé de façon symbolique, conservant la distinction entre accolades des termes

associés aux phases fluide (en haut) et solide (en bas), sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_{vv} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} & \mathbf{0} \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_{vb} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_{vb}^T \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} & \mathbf{0} \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_{bb} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{T}} \\ \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\mathbf{p}} \\ \dot{\lambda} \end{Bmatrix}^{(k+1)} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{TT} & \mathbf{K}_{Tv} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{Tb} \\ \mathbf{K}_{vT} & \mathbf{K}_{vv} & \mathbf{K}_{vp} & \mathbf{K}_{vb} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{pv} & \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{pp} \end{Bmatrix} & \mathbf{K}_{pb} \\ \mathbf{K}_{bT} & \mathbf{K}_{bv} & \mathbf{K}_{bp} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{T} \\ \delta \mathbf{v} \\ \delta \mathbf{p} \\ \delta \lambda \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_T \\ \mathbf{R}_v \\ \mathbf{R}_p \\ \mathbf{R}_b \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (9)$$

La matrice de rigidité du système (9) est assemblée à partir des contributions des sous-matrices définies à partir des degrés de liberté température, vitesse et pression des nœuds sommets et des degrés de liberté associés au nœud bulle :

$$\mathbf{K}_{xy} = -\frac{\partial \mathbf{R}_x}{\partial \mathbf{y}}, \quad (\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{T}, \mathbf{v}, \mathbf{p}, \lambda) \quad (10)$$

On note aussi que (i) les termes d'inertie mécanique sont omis dans la partie solide et que (ii) la sous-matrice $\mathbf{K}_{pp}$ intervenant dans la partie solide provient de l'élasticité présente dans son comportement mécanique, plus précisément au travers du module de compressibilité élastique κ apparaissant dans la formulation faible (2).

Pour gagner du temps lors de la résolution, le nœud bulle est condensé élément par élément dans les équations relatives aux nœuds sommets. Dans la partie fluide, la condensation est effectuée en introduisant une approximation l'accélération du champ bulle [5, 8]. La résolution à chaque itération est alors effectuée sur l'incrément du vecteur des degrés de liberté $\bar{\mathbf{q}}$ réduit après condensation :

$$\mathbf{A}^{(k)} \delta \bar{\mathbf{q}}^{(k)} = \mathbf{B}^{(k)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{A}^{(k)} = \left(\frac{\bar{\mathbf{M}}^{(k)}}{\Delta t} + \bar{\mathbf{K}}^{(k)} \right) \\ \mathbf{B}^{(k)} = \bar{\mathbf{R}}^{(k)} - \bar{\mathbf{M}}^{(k)} \dot{\bar{\mathbf{q}}}^{(k)} \end{cases} \quad (11)$$

3.5 Repérage de l'interface fluide/solide

La définition d'un élément comme solide ou fluide conduit à faire passer l'interface fluide/solide par les faces entre les éléments. Au cours du calcul, un élément peut changer de comportement, le critère le plus simple à mettre en place porte sur une température moyenne de l'élément. Une température de transition de phase est

spécifiée par l'utilisateur dans la mise en données du calcul. De plus, pour faciliter la convergence du calcul, le test est effectué de manière explicite. Le calcul du résidu à l'instant $t + \Delta t$ est donc fait sur la base d'un test effectué sur une température moyenne par élément calculée à l'instant t , aussi au cours des itérations du calcul la distribution d'éléments fluides et solides demeure identique dans la structure. On observe que les éléments étant tous deux formulés en température/vitesse/pression, les quantités élémentaires sont automatiquement compatibles et s'assemblent de façon classique pour former la matrice premier membre et le résidu globaux. On voit ici tout l'intérêt d'avoir formulé l'élément solide en vitesse.

3.6 Actualisation de la géométrie

Le mouvement arbitraire associé à l'approche euléro-lagrangienne privilégiée ici permet d'éviter de suivre le mouvement de rotation de l'outil, et donc le coût de calcul et les erreurs numériques associées aux remaillages dans le cas d'une approche purement lagrangienne. Il est intéressant de noter que les fluides présentent généralement un comportement instantané, aussi il n'est pas besoin d'effectuer de transports de quantités accompagnant la procédure d'actualisation de la géométrie associée à l'approche ALE. C'est ici un intérêt tout particulier d'avoir choisi de représenter la zone malaxée comme un fluide.

Dans l'approche ALE développée ici, la procédure d'actualisation de la position des nœuds du maillage de la partie fluide est effectuée à la convergence du calcul, elle se déroule en trois temps :

1. les nœuds sont codés en fonction de la zone dans laquelle ils se trouvent (Fig. 4a) ;
2. la position des nœuds de la surface libre est actualisée à partir de la projection normale de la vitesse matérielle convergée (Fig. 4b) :

$$\hat{\mathbf{v}}^{(p)} = (\mathbf{v}^{(p)} \cdot \mathbf{n}^{(p)}) \mathbf{n}^{(p)} \quad (12)$$

où $\hat{\mathbf{v}}^{(p)}$ représente la vitesse de maillage du nœud p . La normale $\mathbf{n}^{(p)}$ au nœud p de la surface libre est définie à partir de la moyenne des normales des mailles de peau constituant cette surface libre :

$$\mathbf{n}^{(p)} = \frac{\sum_{e=1}^{N_{mp}} \mathbf{n}_{E_e}}{\left\| \sum_{e=1}^{N_{mp}} \mathbf{n}_{E_e} \right\|} \quad (13)$$

où N_{mp} dénote le nombre de mailles de peau contenant le nœud p .

3. enfin les nœuds intérieurs de la zone fluide sont remplacés de la façon la plus régulière possible par une technique de remplacement barycentrique (Fig. 4c).

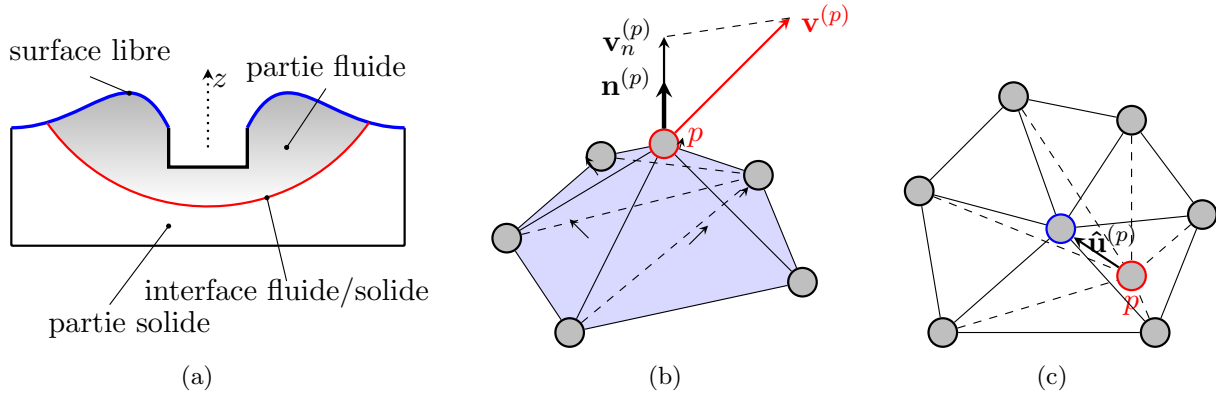


Fig. 4. Actualisation de la géométrie. (a) Codage des nœuds en zones. (b) Normale en un nœud. (c) Barycentrage.

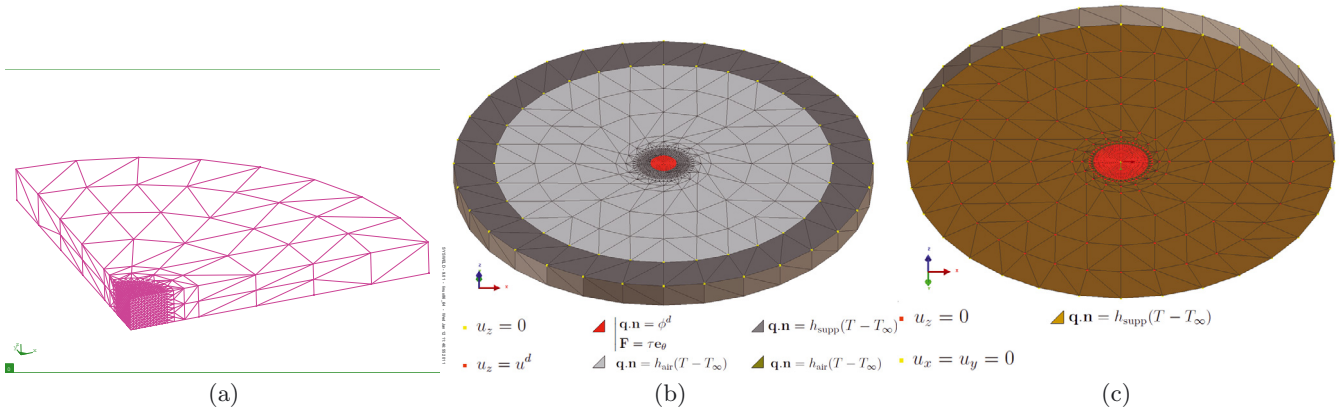


Fig. 5. Maillage et conditions aux limites. (a) Quart du maillage. (b) Face supérieure. (c) Face inférieure.

Cette technique consiste à repositionner le nœud p au barycentre de ses voisins :

$$\mathbf{x}_p^{(it)} = \frac{\sum_{n=1}^{N_{\text{vois}_p}} \mathbf{x}_n^{(it)}}{N_{\text{vois}_p}} \quad (14)$$

où N_{vois_p} représente le nombre de nœuds voisins du nœud p . Cette méthode est itérative et converge lorsque les nœuds sont tous placés au barycentre de leurs voisins. Le critère d'arrêt est posé sur un incrément de déplacement entre deux itérations $\sup_{i,p} (\delta \hat{u}_i^{(p)})^{(it)}$ $i = 1, 3$ $p = 1, N_{\text{max}}$, qui doit être inférieur à une tolérance fixée.

4 Simulation numérique du Friction Stir Spot Welding

On présente une simulation simplifiée du Friction Stir Spot Welding : (i) le modèle développé n'incluant pas pour l'instant le contact unilatéral, la simulation est menée sur une structure monobloc, on simule alors un essai d'enfoncement d'un pion en rotation dans la

matière; (ii) le contact frottant est modélisé dans une première approche par des tractions surfaciques tangentielles réparties uniformément en fonction du rayon et un flux de chaleur uniforme sur la surface de contact.

4.1 Mise en données

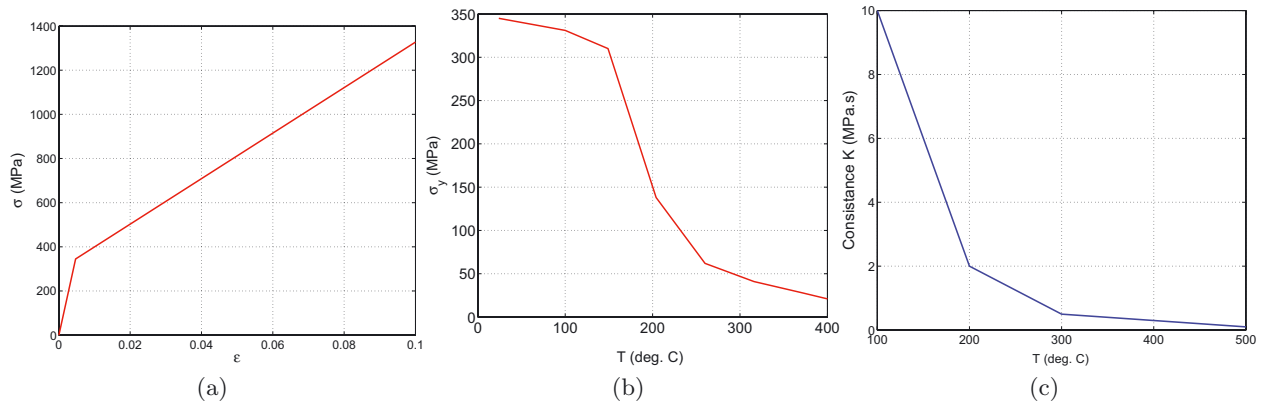
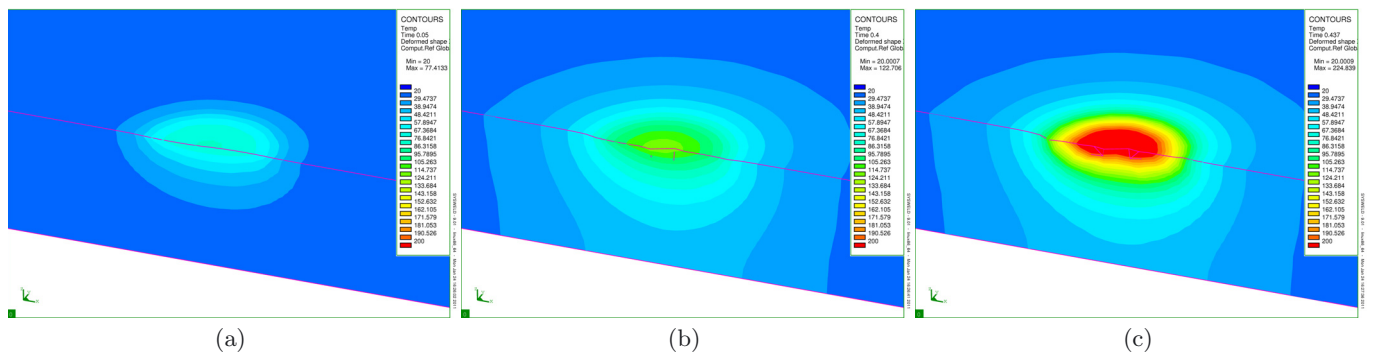
La structure maillée (Fig. 5a) possède un rayon de 35 mm et une épaisseur de 4 mm. Le problème compte 29 105 degrés de liberté. Les conditions aux limites thermiques et mécaniques sont détaillées sur les figures 5b et c respectivement pour les faces supérieure et inférieure de la structure. Un flux de chaleur constant de $6 \text{ W} \cdot \text{mm}^{-2}$ et des tractions surfaciques tangentielles de 600 MPa sont imposés au niveau de la zone de frottement.

La température de transition fluide/solide est fixée de façon arbitraire à 100 °C et la température extérieure est prescrite à 20 °C. Les valeurs des paramètres matériau correspondent à un alliage d'aluminium 2024 et sont regroupées dans le tableau 1.

La figure 6a présente sous forme unidimensionnelle la relation élastoplastique utilisée, et les figures 6b et c les variations de la limite d'élasticité et de la consistance du fluide avec la température.

Tableau 1. Paramètres matériau.

Module de Young E	73 000 MPa	Conductivité thermique k	121 W.m ⁻¹ .K ⁻¹
Coefficient de Poisson ν	0,34	Masse volumique ρ	2770 kg ⁻¹ .m ⁻³
Limite d'élasticité σ_y	350 MPa	Capacité calorifique C	875 J.kg ⁻¹ .K ⁻¹
Module d'érouissage h	12 000 MPa	Coefficient échange air h_{air}	10 W.m ⁻² .K ⁻¹
Consistance (loi fluide) K	10 MPa.s	Coefficient échange support h_{supp}	350 W.m ⁻² .K ⁻¹
Sensibilité (loi fluide) n	1		

**Fig. 6.** Relation élastoplastique 1D et paramètres matériau variant avec la température. (a) Courbe de traction. (b) Limite d'élasticité en traction. (c) Consistance du fluide.**Fig. 7.** Évolution du champ de température. (a) $t = 0,05$ s. (b) $t = 0,4$ s. (c) $t = 0,436$ s.

4.2 Résultats

On présente sur la figure 7 l'évolution du champ de température pendant la première partie du calcul. On observe bien l'apparition d'une zone chaude sous l'outil, qui commence d'abord à se propager sous la forme d'une coupole hémisphérique puis de façon radiale sur la structure. En concordance avec le champ de température, la zone fluide apparaît peu après le début de la simulation au voisinage de la zone de contact outil/matière et progresse de façon hémisphérique au cours du temps. Cette progression est illustrée au travers de l'évolution de l'isotherme associée à l'interface fluide/solide sur la figure 8. La figure 9 présente le champ de vitesse, on observe bien la transition solide/fluide entre les figures 9a et b. Le champ est tout d'abord réparti. Dès qu'une zone fluidifie, toute la déformation s'y concentre, on assiste alors à un retour élastique de la partie solide environnante. Durant

le procédé, l'outil crée des contraintes dans la zone où il appuie (Fig. 10), mais ces contraintes chutent quand le solide se transforme en fluide. Les contraintes sont donc maximales dans la partie solide au voisinage de l'interface fluide/solide.

5 Conclusions

Le Friction Stir Spot Welding est un procédé récent permettant de réaliser un joint soudé « ponctuel » à l'état solide et sans apport de matière, il s'avère particulièrement intéressant pour réaliser l'assemblage de métaux non-ferreux tels que les alliages d'aluminium ou de cuivre, réputés peu soudables avec les procédés classiques. Du point de vue de la modélisation, on peut identifier deux phases lors du procédé, la première au voisinage de l'outil subissant de forts taux de déformation atteint

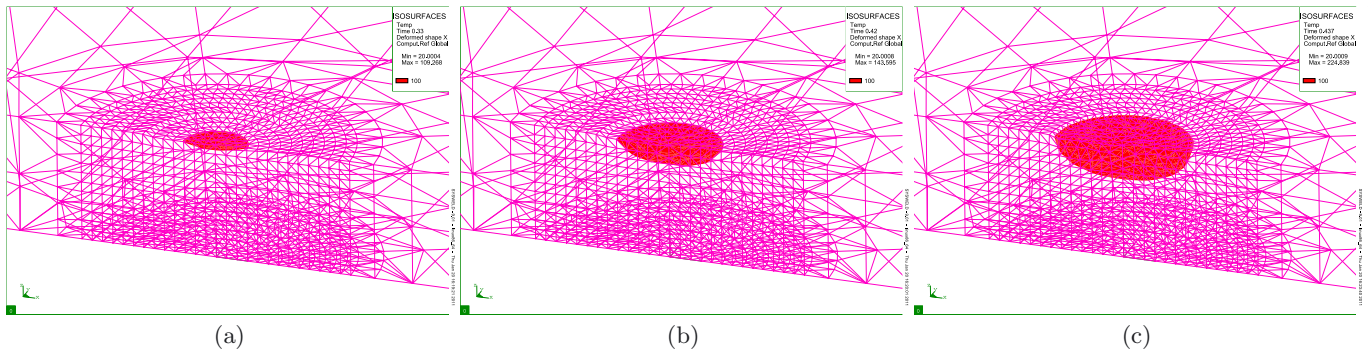


Fig. 8. Évolution de l'isotherme associée à l'interface fluide/solide. (a) $t = 0,33$ s. (b) $t = 0,42$ s. (c) $t = 0,437$ s.

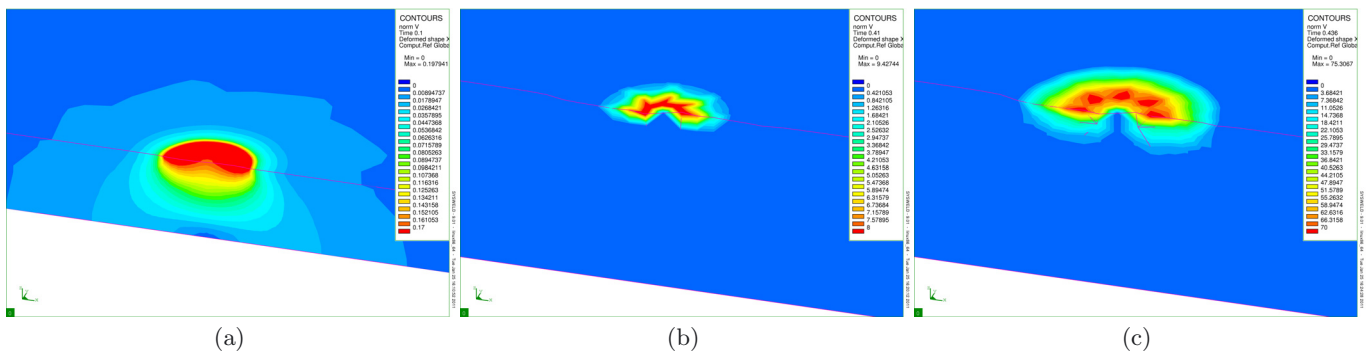


Fig. 9. Évolution de la norme de la vitesse matérielle. (a) $t = 0,01$ s. (b) $t = 0,41$ s. (c) $t = 0,436$ s.

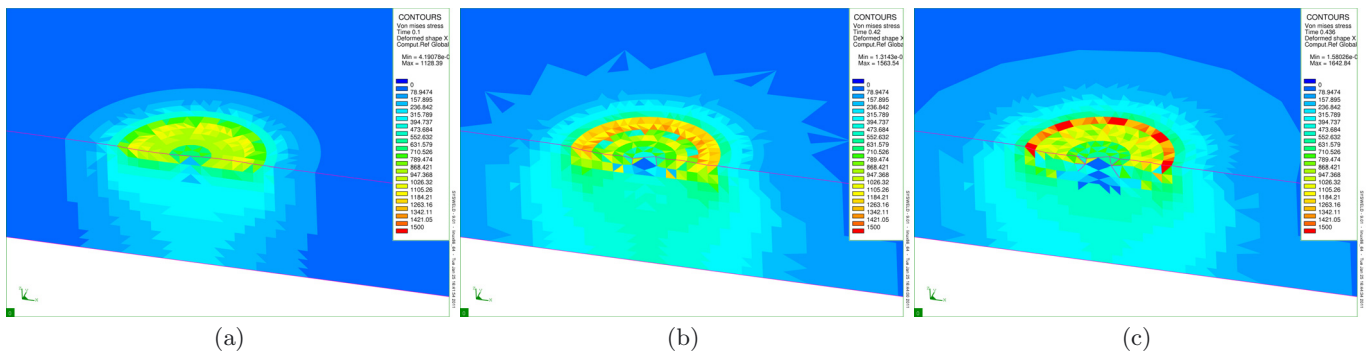


Fig. 10. Évolution de la contrainte équivalente de Mises. (a) $t = 0,01$ s. (b) $t = 0,42$ s. (c) $t = 0,436$ s.

un état pâteux, le reste de la structure se déformant à l'état solide.

On a construit dans ce travail un couplage fluide/solide appliqué à la simulation numérique des procédés de soudage dans lesquels deux phases peuvent être identifiées, le Friction Stir Spot Welding représentant une première étape avant les procédés de soudage à l'arc. Ce type d'approche permet de décrire correctement l'état de la matière dans chaque partie de la structure, et de tirer profit des traitements numériques associés usuellement à chaque type de comportement. De façon plus générale, cette vision permet de concilier les approches usuelles en simulation numérique du soudage qui se focalisaient soit sur la modélisation du procédé lui-même (le bain fondu

dans le cas des procédés de soudage par fusion) soit sur les conséquences induites, c'est-à-dire les contraintes et distorsions résiduelles.

L'élément P1+/P1 sert de base au développement du couplage. Cet élément linéaire enrichi permet de traiter au travers d'une formulation mixte une liaison interne de type incompressibilité. Cet élément a été développé avec une formulation température/vitesse/pression en mécanique des fluides (pour un écoulement laminaire incompressible transitoire [4, 5]) et en mécanique des solides dans le cadre des grandes transformations. Ces deux éléments sont couplés de façon naturelle de part leurs formulations, et intègrent une nouvelle option créée spécialement dans le code SYSWELD® [6]. La transition

fluide/solide est effectuée au moyen d'un test explicite sur une température moyenne par élément, l'interface passant par les faces des éléments du maillage. Le couplage est associé à une approche euléro-lagrangienne, permettant de suivre la matière dans la partie solide mais pas dans la partie fluide. La procédure d'actualisation de la géométrie est effectuée à convergence.

Enfin, une première simulation simplifiée du Friction Stir Spot Welding a permis d'illustrer le comportement du couplage, notamment l'apparition puis la progression d'une phase fluide sous l'outil. Les vitesses atteintes dans la partie fluide lors de la simulation (Fig. 9c) montrent que le modèle permet de simuler plusieurs tours de l'outil dans la matière. Ce modèle sera étendu dans le futur (i) pour le Friction Stir Spot Welding, il apparaît nécessaire dans un premier temps d'améliorer la description de l'interaction outil/matière avec la prise en compte du contact et d'une loi de frottement, et (ii) pour la simulation des procédés de soudage à l'arc, en introduisant notamment la prise en compte de tensions de surface, permettant de simuler l'effet Marangoni [9].

Références

- [1] R. Sakano, K. Murakami, K. Yamashita, T. Hyoe, M. Fujimoto, M. Inuzuka, U. Nagao, H. Kashiki, Development of spot FSW robot system for automobile body members. Third International Symposium of Friction Stir Welding, Kobe, Japan, 2001
- [2] W.M. Thomas, E.D. Nicholas, S.D. Smith, Proceedings of the TMS 2001 Aluminum automotive and joining sessions, TMS, in: S.K. Das, J.G. Kaufman, T.J. Lienert (ed.), Aluminum, 2001, 1991
- [3] D.N. Arnold, F. Brezzi, M. Fortin, A stable finite element for the Stokes equations, *Calcolo*. 21 (1984) 337–344
- [4] E. Feulvarch, F. Boitout, J.M. Bergheau, Friction Stir Welding : modélisation de l'écoulement de la matière pendant la phase de soudage, *Europ. J. Comput. Mech.*, Numéro spécial Mécanique des fluides 16 (2007) 865–887
- [5] T. Heuzé, J.B. Leblond, J.M. Bergheau, E. Feulvarch, A finite element for laminar flow of incompressible fluids with inertia effects and thermomechanical coupling, *Eur. J. Comput. Mech.* 19 (2010) 293–304
- [6] SYSWELD® 2007 User's Manual. ESI Group
- [7] T.Y. Pan, Friction Stir Spot Welding (FSSW) – A literature review. SAE Technical Series : 2007-01-1702, 2007
- [8] T. Heuzé, Modélisation des couplages fluide/solide dans les procédés d'assemblage à haute température, Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie – Paris 6, 2011
- [9] M.C. Tsai, K. Sindo, Marangoni convection in weld pools with a free surface, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 9 (1989) 1503–1516
- [10] M. Bellet, V.D. Fachinotti, ALE method for solidification modelling, *Compu. Methods Appl. Mech. Eng.* 193 (2004) 4355–4381
- [11] O. Jaouen, Modélisation tridimensionnelle par éléments finis pour l'analyse thermo-mécanique du refroidissement des pièces coulées, Thèse de doctorat de l'École des Mines de Paris, 1998